

# Chapitre 12.

## Exercices d'approfondissement

**1**  $[OA)$ ,  $[OB)$  et  $[OC)$  sont trois demi-droites distinctes de même origine  $O$ .  $D$  est un point de  $[OA)$  distinct de  $A$  et de  $O$ . La parallèle à  $(AB)$  passant par  $D$  coupe  $[OB)$  en  $E$ . La parallèle à  $(BC)$  passant par  $E$  coupe  $[OC)$  en  $F$ .

a. Pourquoi a-t-on  $\frac{OB}{OE} = \frac{OA}{OD}$  ?

b. Justifier que  $\frac{OB}{OE} = \frac{OC}{OF}$  ? Justifier.

c. En déduire que  $\frac{OA}{OD} = \frac{OC}{OF}$ .

d. Que peut-on dire alors des droites  $(AC)$  et  $(DF)$  ?

**2** **1. a.** A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, construire un triangle  $ABC$  rectangle en  $A$  tel que  $AB = 10$  cm,  $AC = 6$  cm. Placer un point mobile  $M$  sur  $[AB]$ .

Construire la parallèle à  $(AC)$  passant par  $M$ , elle coupe  $[BC]$  en  $N$ .

Construire la parallèle à  $(AB)$  passant par  $N$ , elle coupe  $[AC]$  en  $P$ .

Construire le quadrilatère  $AMNP$ .

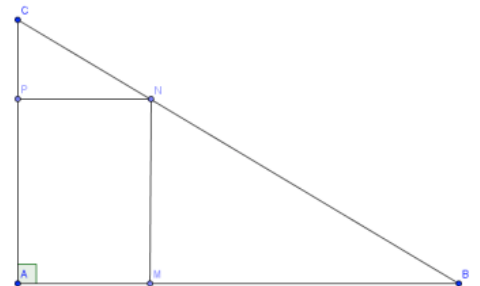
b. Déplacer le point  $M$  et conjecturer la position du point  $M$  sur  $[AB]$  pour que  $AMNP$  soit un carré.

**2. a.** Justifier que  $AMNP$  est un rectangle.

b. On pose  $AM = x$ .

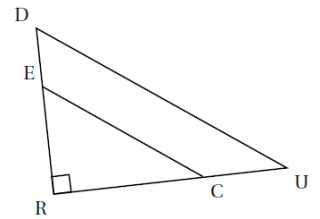
À l'aide du théorème de Thalès, démontrer que  $MN = \frac{3(10 - x)}{5}$ .

c. Résoudre l'équation  $x = \frac{3(10 - x)}{5}$  et conclure.



**3**

Dans la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, on a :  $E \in [RD]$ ,  $C \in [RU]$ ,  $RE = 3$  cm,  $ED = 1,5$  cm,  $RC = 2$  cm et  $RU = 3$  cm.



**a.** Démontrer que les droites (EC) et (DU) sont parallèles.

**b.** Calculer le rapport d'agrandissement permettant de passer du triangle REC au triangle RDU.

**c.** Montrer que l'aire du triangle RDU est égale à 2,25 fois l'aire du triangle REC.

**4**

**1. a.** Construire à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique un triangle ABC rectangle en B tel que  $AB = 6$  et  $BC = 5$ . On place M un point mobile sur le segment BC. On pose  $CM = x$ . La parallèle à (AB) passant par N coupe (AC) en N.

**b.** Conjecturer la valeur de  $x$  pour laquelle le triangle CMN et le trapèze ABMN aient la même aire.

**2.** Démontrer.

**a.** Démontrer que  $MN = \frac{3}{4}x$ .

**b.** En déduire que l'aire du triangle CMN est de  $\frac{3}{8}x^2$ .

**c.** En résolvant une équation, déterminer la valeur exacte de  $x$  pour laquelle les deux parcelles ont la même aire.

**5**

ABC est un triangle rectangle en A et H est le pied de la hauteur issue de A.

**1.** Déterminer chacun des angles des triangles ABH et ACH.

**2.** ABH et ACH sont-ils des réductions du triangle ABC ? Justifier.

**3.** Quel est le rapport de réduction qui permet de passer du triangle ABC au triangle AHC ? En déduire HC et BH.

**4.** Calculer AB et en déduire que le rapport de réduction qui permet de

passer du triangle ABC au triangle AHB est égal à  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

