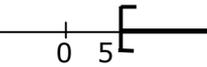
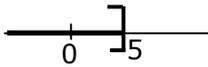
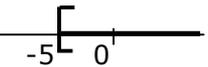


# Chapitre 6.

## Exercices d'approfondissement

### 1 Une synthèse

Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Laquelle ?

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Les solutions de l'équation $-2x(3x + 4) = 0$ sont ...	2 et $-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{2}$ et $\frac{4}{3}$	0 et $-\frac{4}{3}$
2	L'équation $2x - 7 = 5x + 8$ a pour solution ...	$-\frac{1}{3}$	5	-5
3	L'équation $2x - (8 + 3x) = 2$ a pour solution ...	10	-10	2
4	Les solutions de l'inéquation $5x - 10 \geq 2x + 5$ sont représentées en gras sur la figure ...			
5	Une solution de l'équation $3x^2 - 5x + 2 = 0$ est ...	-1	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{3}$
6	Les solutions de l'inéquation $2x + 1 < 4x - 2$ sont les nombres $x$ tels que ...	$x < -\frac{1}{2}$	$x > \frac{3}{2}$	$x < -\frac{3}{2}$

*D'après DNB*

### 2 Quels âges ?

Emmanuelle, sa mère Agnès et sa grand-mère Josiane parlent de leurs âges. Agnès dit : « J'ai trois fois l'âge de ma fille, mais 30 ans de moins que ma mère. »

Josiane ajoute : « Dans 10 ans, à nous trois, nous aurons 158 ans ! »  
Quel est l'âge d'Emmanuelle ? celui d'Agnès ? celui de Josiane ?

### 3 Une égalité pour résoudre une équation

On considère les expressions :

$$E = (4x + 5)(x - 2) - x(x + 4) \quad \text{et} \quad F = (3x - 10)(x + 1)$$

a. En développant et en réduisant E et F vérifier que  $E = F$ .

b. En déduire les solutions de l'équation  $E = 0$ .

*D'après DNB*

#### 4 Utiliser un programme de calcul

On donne le programme de calcul ci-contre :

1. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre  $-2$ , on obtient  $0$ .
2. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est  $5$ .
3. **a.** Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier.  
**b.** En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.
4. On souhaite obtenir  $1$  comme résultat. Quel(s) nombre(s) peut-on choisir au départ ?

- Choisir un nombre.
- Ajouter  $4$ .
- Multiplier le résultat par le nombre choisi au départ.
- Ajouter  $4$ .
- Écrire le résultat.

*D'après DNB*

#### 5 Prendre une initiative

On donne l'expression  $E = (x - 5)^2 + (x - 5)(2x + 1)$ .

**a.** Léa a trouvé mentalement une solution de l'équation  $E = 0$ .

À votre avis, laquelle ?

**b.** Comment faire pour trouver une autre solution de cette équation ?

*D'après DNB*

#### 6 Vrai ou faux ?

Dimitri affirme : « Les solutions de l'équation  $(3x + 2)^2 = x^2$  sont deux nombres négatifs ».

Cette affirmation est-elle vraie ? Est-elle fautive ? Expliquer.

#### 7 Retrouver le nombre

On cherche un nombre tel que son cube est égal à neuf fois ce nombre.

Quel est le nombre ? Donner toutes les valeurs possibles.

#### 8 Factoriser en deux étapes

On donne l'expression  $A = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2)$ .

**1.** Développer et réduire l'expression  $A$ .

**2.** Factoriser  $4x^2 - 9$ . En déduire la factorisation de l'expression  $A$ .

**3. a.** Résoudre l'équation  $(2x + 3)(3x - 5) = 0$

**b.** Cette équation a-t-elle une solution entière ?

Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

*D'après DNB*

## 9 Une inéquation

Soit  $D = \frac{4x + 2}{5}$ .

a. Calculer D pour  $x = \frac{3}{4}$ . Le nombre  $\frac{3}{4}$  est-il solution de l'inéquation

$$\frac{4x + 2}{5} < 3 ?$$

b. Résoudre l'inéquation  $\frac{4x + 2}{5} < 3$  et représenter les solutions sur une droite graduée.

DNB

## 10 Un problème d'encadrement

Des amis parlent de leurs T-shirts.

Joséphine dit : « J'en ai six de plus que Clara ... mais cinq de moins que Lola. »

Donatien ajoute : « Moi, j'en ai deux fois plus que Lola ! »

Sachant qu'à eux quatre, ils ont entre 50 et 60 T-shirts, trouver quel peut être le nombre de T-shirts de chacun d'eux (on donnera toutes les solutions).

## 11 Positif ? Négatif ? ou bien...

Pour chacun des nombres suivants, préciser s'il est positif, négatif, ou si son signe dépend de la valeur du nombre  $x$ . Expliquer.

$$A = x^2$$

$$B = -3x^2$$

$$C = 3x$$

$$D = 5x^2 + 1$$

$$E = x - 4$$

$$F = -2x + 1$$

$$G = -x^2 - 1$$

$$H = x^2 - 4$$

## 12 Une double inégalité

Combien de nombres entiers  $n$  vérifient :

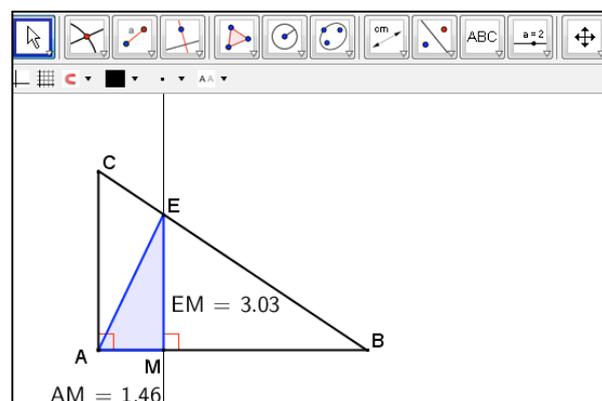
$$3n + 30 < 10n + 20 < 2n + 80 ?$$

## 13 Imaginer une stratégie

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie :

- construire un triangle ABC rectangle en A tel que :  $AB = 6$  cm et  $AC = 4$  cm ;
- placer un point M du segment  $[AB]$  ;
- tracer la droite perpendiculaire à la droite  $(AB)$  passant par M ; elle coupe le segment  $[BC]$  en E.

b. À quelle distance du point A doit-on placer le point M sur le segment  $[AB]$  pour que le triangle AME soit isocèle en M ?



D'après DNB

#### 14 Démontrer une conjecture

a. Avec un logiciel de géométrie,  
. construire un trapèze rectangle ABCD tel que :

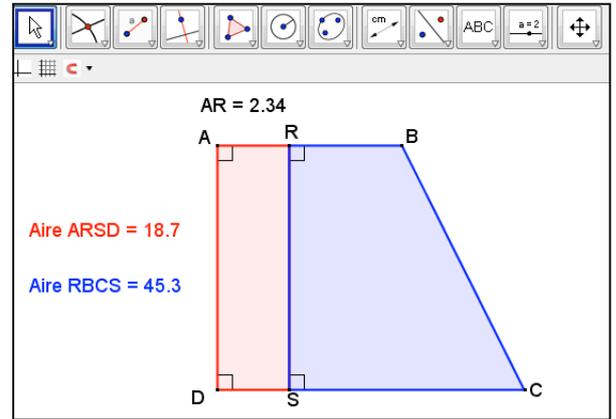
AB = 6 cm ; AD = 8 cm et DC = 10 cm ;

. créer un point R du segment [AB] ainsi que le rectangle ARSD et le trapèze rectangle RBCS.

b. Déplacer le point R et conjecturer sa position pour que les aires de ARSD et RBCS soient égales.

c. Démontrer cette conjecture.

Donner alors la valeur commune de chacune de ces deux aires.



*D'après DNB*

#### 15 Utiliser une égalité connue

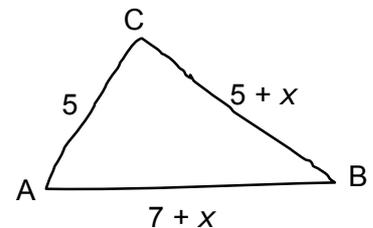
La figure ci-contre est effectuée à main levée.

x est un nombre positif compris entre 0 et 10.

Les longueurs sont exprimées en cm.

Existe-t-il une valeur de x pour laquelle le triangle ABC est un triangle rectangle ?

Si oui, donner alors le périmètre et l'aire du triangle ABC.



#### 16 Cercles tangents

a. Avec un logiciel de géométrie :

- construire un triangle ABC isocèle et rectangle en A tel que : AB = 6 cm ;

- construire le cercle  $C_1$  de diamètre [AB] ;

- créer un point E du segment [AC] et construire le cercle  $C_2$  de centre E qui passe par C.

b. À quelle distance du point C doit-on placer le point E sur le segment [AC] pour que les cercles  $C_1$  et  $C_2$  soient tangents extérieurement en un point I (c'est-à-dire pour que la distance des centres soit égale à la somme des rayons) ?

