

Chapitre 6.

Exercices d'approfondissement

1 Une synthèse

Pour chacune des questions suivantes, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Laquelle ?

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Les solutions de l'équation $-2x(3x + 4) = 0$ sont ...	2 et $-\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{2}$ et $\frac{4}{3}$	0 et $-\frac{4}{3}$
2	L'équation $2x - 7 = 5x + 8$ a pour solution ...	$-\frac{1}{3}$	5	-5
3	L'équation $2x - (8 + 3x) = 2$ a pour solution ...	10	-10	2
4	Les solutions de l'inéquation $5x - 10 \geq 2x + 5$ sont représentées en gras sur la figure ...			
5	Une solution de l'équation $3x^2 - 5x + 2 = 0$ est ...	-1	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{3}$
6	Les solutions de l'inéquation $2x + 1 < 4x - 2$ sont les nombres x tels que ...	$x < -\frac{1}{2}$	$x > \frac{3}{2}$	$x < -\frac{3}{2}$

D'après DNB

2 Quels âges ?

Emmanuelle, sa mère Agnès et sa grand-mère Josiane parlent de leurs âges. Agnès dit : « J'ai trois fois l'âge de ma fille, mais 30 ans de moins que ma mère. »

Josiane ajoute : « Dans 10 ans, à nous trois, nous aurons 158 ans ! »
Quel est l'âge d'Emmanuelle ? celui d'Agnès ? celui de Josiane ?

3 Une égalité pour résoudre une équation

On considère les expressions :

$$E = (4x + 5)(x - 2) - x(x + 4) \quad \text{et} \quad F = (3x - 10)(x + 1)$$

a. En développant et en réduisant E et F vérifier que $E = F$.

b. En déduire les solutions de l'équation $E = 0$.

D'après DNB

4 Utiliser un programme de calcul

On donne le programme de calcul ci-contre :

1. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2 , on obtient 0 .
2. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5 .
3. **a.** Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier.
b. En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.
4. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quel(s) nombre(s) peut-on choisir au départ ?

- Choisir un nombre.
- Ajouter 4 .
- Multiplier le résultat par le nombre choisi au départ.
- Ajouter 4 .
- Écrire le résultat.

D'après DNB

5 Prendre une initiative

On donne l'expression $E = (x - 5)^2 + (x - 5)(2x + 1)$.

a. Léa a trouvé mentalement une solution de l'équation $E = 0$.

À votre avis, laquelle ?

b. Comment faire pour trouver une autre solution de cette équation ?

D'après DNB

6 Vrai ou faux ?

Dimitri affirme : « Les solutions de l'équation $(3x + 2)^2 = x^2$ sont deux nombres négatifs ».

Cette affirmation est-elle vraie ? Est-elle fausse ? Expliquer.

7 Retrouver le nombre

On cherche un nombre tel que son cube est égal à neuf fois ce nombre.

Quel est le nombre ? Donner toutes les valeurs possibles.

8 Factoriser en deux étapes

On donne l'expression $A = 4x^2 - 9 + (2x + 3)(x - 2)$.

1. Développer et réduire l'expression A .

2. Factoriser $4x^2 - 9$. En déduire la factorisation de l'expression A .

3. a. Résoudre l'équation $(2x + 3)(3x - 5) = 0$

b. Cette équation a-t-elle une solution entière ?

Cette équation a-t-elle une solution décimale ?

D'après DNB

9 Une inéquation

Soit $D = \frac{4x + 2}{5}$.

a. Calculer D pour $x = \frac{3}{4}$. Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution de l'inéquation

$$\frac{4x + 2}{5} < 3 ?$$

b. Résoudre l'inéquation $\frac{4x + 2}{5} < 3$ et représenter les solutions sur une droite graduée.

DNB

10 Un problème d'encadrement

Des amis parlent de leurs T-shirts.

Joséphine dit : « J'en ai six de plus que Clara ... mais cinq de moins que Lola. »

Donatien ajoute : « Moi, j'en ai deux fois plus que Lola ! »

Sachant qu'à eux quatre, ils ont entre 50 et 60 T-shirts, trouver quel peut être le nombre de T-shirts de chacun d'eux (on donnera toutes les solutions).

11 Positif ? Négatif ? ou bien...

Pour chacun des nombres suivants, préciser s'il est positif, négatif, ou si son signe dépend de la valeur du nombre x . Expliquer.

$$A = x^2$$

$$B = -3x^2$$

$$C = 3x$$

$$D = 5x^2 + 1$$

$$E = x - 4$$

$$F = -2x + 1$$

$$G = -x^2 - 1$$

$$H = x^2 - 4$$

12 Une double inégalité

Combien de nombres entiers n vérifient :

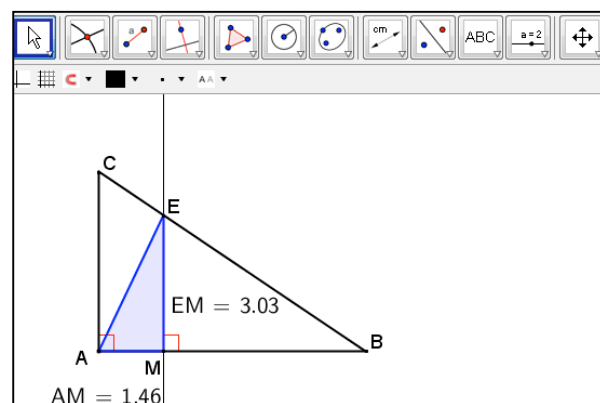
$$3n + 30 < 10n + 20 < 2n + 80 ?$$

13 Imaginer une stratégie

a. À l'aide d'un logiciel de géométrie :

- construire un triangle ABC rectangle en A tel que : $AB = 6$ cm et $AC = 4$ cm ;
- placer un point M du segment $[AB]$;
- tracer la droite perpendiculaire à la droite (AB) passant par M ; elle coupe le segment $[BC]$ en E.

b. À quelle distance du point A doit-on placer le point M sur le segment $[AB]$ pour que le triangle AME soit isocèle en M ?



D'après DNB

14 Démontrer une conjecture

a. Avec un logiciel de géométrie,
 . construire un trapèze rectangle ABCD tel que :

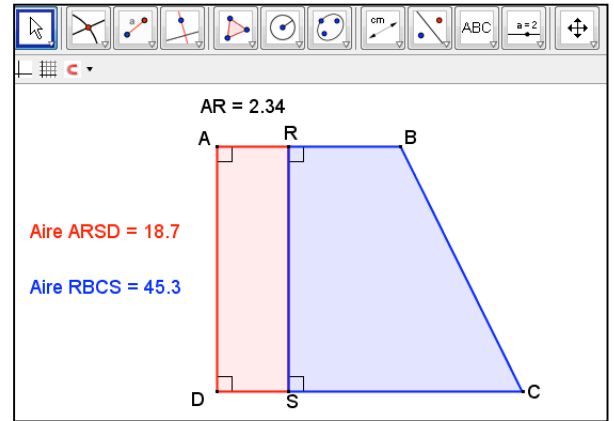
AB = 6 cm ; AD = 8 cm et DC = 10 cm ;

. créer un point R du segment [AB] ainsi que le rectangle ARSD et le trapèze rectangle RBCS.

b. Déplacer le point R et conjecturer sa position pour que les aires de ARSD et RBCS soient égales.

c. Démontrer cette conjecture.

Donner alors la valeur commune de chacune de ces deux aires.



D'après DNB

15 Utiliser une égalité connue

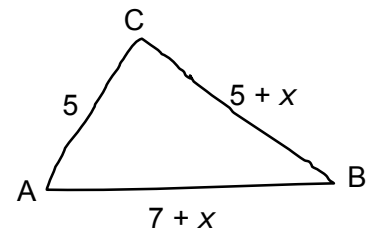
La figure ci-contre est effectuée à main levée.

x est un nombre positif compris entre 0 et 10.

Les longueurs sont exprimées en cm.

Existe-t-il une valeur de x pour laquelle le triangle ABC est un triangle rectangle ?

Si oui, donner alors le périmètre et l'aire du triangle ABC.



16 Cercles tangents

a. Avec un logiciel de géométrie :

- construire un triangle ABC isocèle et rectangle en A tel que : AB = 6 cm ;

- construire le cercle C_1 de diamètre [AB] ;

- créer un point E du segment [AC] et construire le cercle C_2 de centre E qui passe par C.

b. À quelle distance du point C doit-on placer le point E sur le segment [AC] pour que les cercles C_1 et C_2 soient tangents extérieurement en un point I (c'est-à-dire pour que la distance des centres soit égale à la somme des rayons) ?

