Le cahier transmath 4e

ÉDITION 2014

Joël Malaval

Annie Plantiveau
Frédéric Puigredo

Nom : ....

Prénom : ....

Classe : ....

Nathan

Sommaire

Conforme au programme de mathématique 4e – Bulletin officiel Spécial n° 6 du 28 août 2008

NOMBRES ET CALCULS

1 Nombres relatifs : opérations

2 Écritures fractionnaires : opérations

3 Puissances

4 Calcul littéral

5 Équations du 1er degré

6 Ordre et opérations

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

7 Proportionnalité

8 Traitement des données

Sommaire

GÉOMÉTRIE • GRANDEURS ET MESURES

9 Théorème de Pythagore

10 Triangle : milieux et parallèles

11 Triangles et cercles

12 Théorème de Thalès.

13 Triangle rectangle : cosinus d'un angle aigu

14 Pyramide et cône de révolution.

TÂCHES COMPLEXES

Photographie de couverture :
Harbour Bridge, Sydney, Australie
© CORBIS/Stuart Westmorland.

© Éditions Nathan 2014 – ISBN : 978-2-09-171959-7

Je découvre mon cahier

14 chapitres comprenant 5 à 11 fiches d'exercices

Entraînement

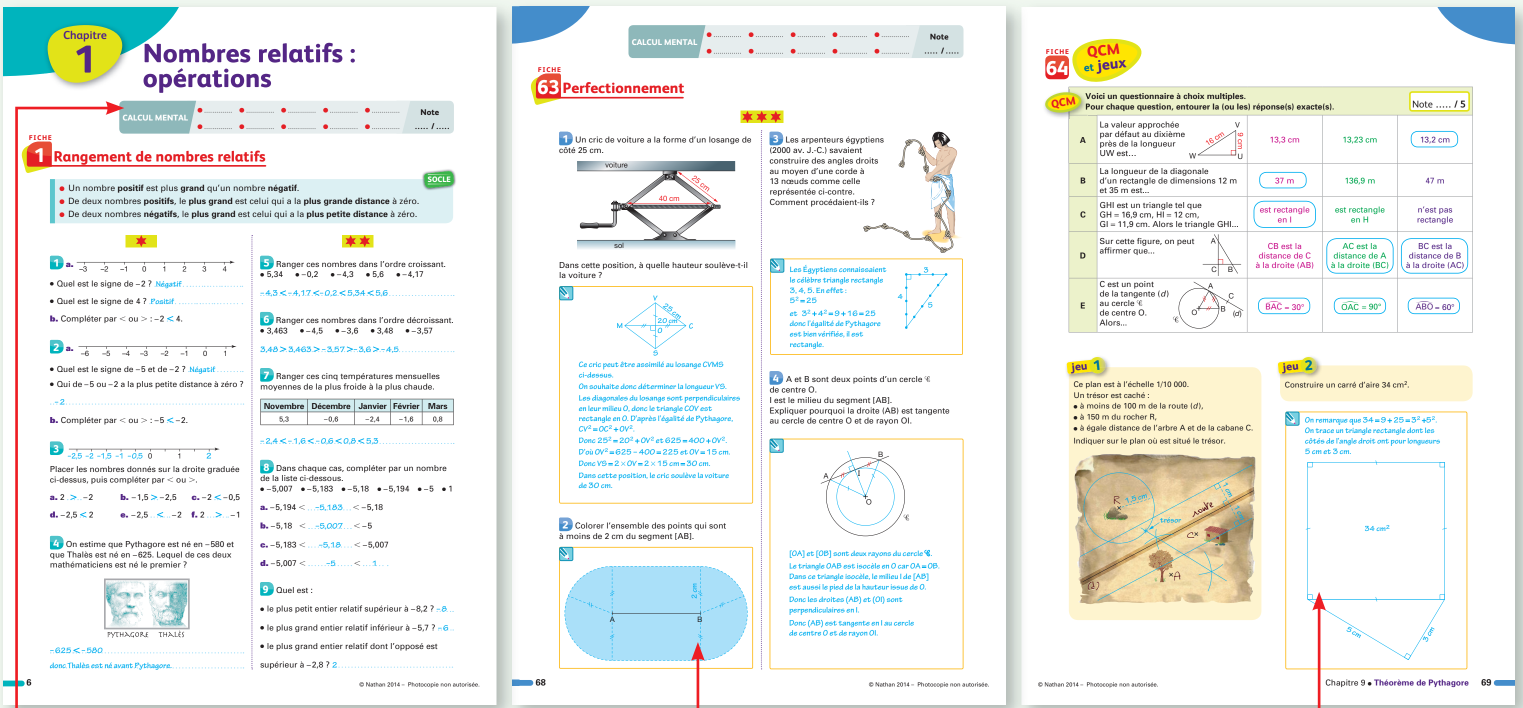
Des exercices ★ et ★★
avec rappels de cours

Perfectionnement

Des exercices ★★★

QCM et jeux

- Un test pour s'évaluer
- Des jeux pour apprendre



• Un espace **calcul mental** permettant une pratique régulière en classe.
• SOCLE Ce logo signale un exercice ou un point de cours qui relève du socle commun de 4ᵉ.

Des cadres pour :
• calculer
• faire des constructions
• rédiger des réponses.

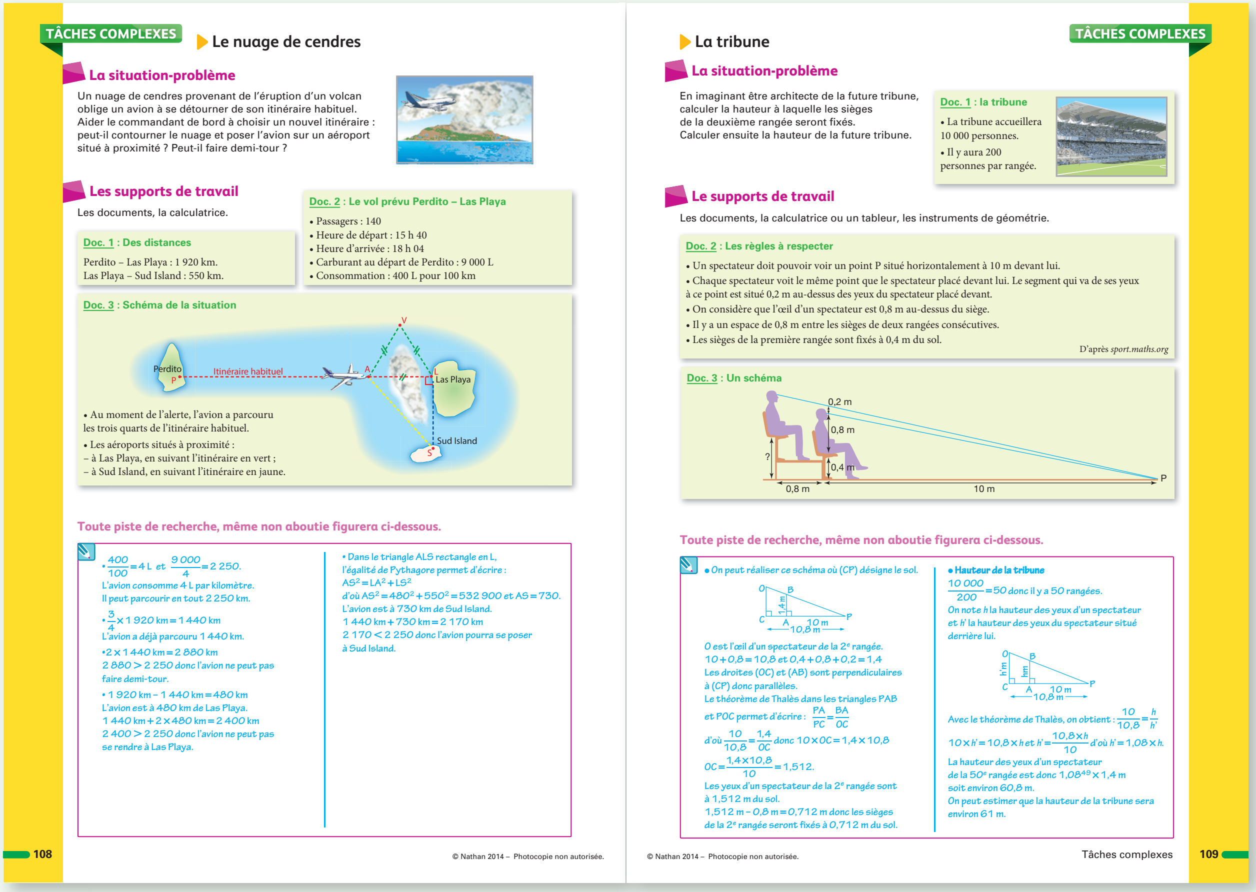
Une couleur par partie

- Nombres et calculs
- Organisation et gestion de données • Fonctions
- Géométrie – Grandeurs et mesures

+ 11 tâches complexes

Travailler par compétences

- La situation-problème
- Les supports de travail
- Un cadre pour rédiger



TÂCHES COMPLEXES

Le nuage de cendres

La situation-problème

Un nuage de cendres provenant de l'éruption d'un volcan oblige un avion à se détourner de son itinéraire habituel. Aider le commandant de bord à choisir un nouvel itinéraire : peut-il contourner le nuage et poser l'avion sur un aéroport situé à proximité ? Peut-il faire demi-tour ?

Les supports de travail

Les documents, la calculatrice.

Doc. 1 : Des distances

Perdito – Las Playa : 1 920 km.
Las Playa – Sud Island : 550 km.

Doc. 2 : Le vol prévu Perdito – Las Playa

- Passagers : 140
- Heure de départ : 15 h 40
- Heure d'arrivée : 18 h 04
- Carburant au départ de Perdito : 9 000 L
- Consommation : 400 L pour 100 km

Doc. 3 : Schéma de la situation

- Au moment de l'alerte, l'avion a parcouru les trois quarts de l'itinéraire habituel.
- Les aéroports situés à proximité :
– à Las Playa, en suivant l'itinéraire en vert ;
– à Sud Island, en suivant l'itinéraire en jaune.

Toute piste de recherche, même non aboutie figurera ci-dessous.

- $\frac{400}{100} = 4$ L et $\frac{9\,000}{4} = 2\,250$.
L'avion consomme 4 L par kilomètre.
Il peut parcourir en tout 2 250 km.
- $\frac{3}{4} \times 1\,920$ km $= 1\,440$ km
L'avion a déjà parcouru 1 440 km.
- $2 \times 1\,440$ km $= 2\,880$ km
$2\,880 > 2\,250$ donc l'avion ne peut pas faire demi-tour.
- $1\,920$ km $- 1\,440$ km $= 480$ km
L'avion est à 480 km de Las Playa.
$1\,440$ km $+ 2 \times 480$ km $= 2\,400$ km
$2\,400 > 2\,250$ donc l'avion ne peut pas se rendre à Las Playa.
- Dans le triangle ALS rectangle en L, l'égalité de Pythagore permet d'écrire :
$AS^2 = LA^2 + LS^2$
d'où $AS^2 = 480^2 + 550^2 = 532\,900$ et $AS = 730$.
L'avion est à 730 km de Sud Island.
$1\,440$ km $+ 730$ km $= 2\,170$ km
$2\,170 < 2\,250$ donc l'avion pourra se poser à Sud Island.

108 © Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

La tribune

TÂCHES COMPLEXES

La situation-problème

En imaginant être architecte de la future tribune, calculer la hauteur à laquelle les sièges de la deuxième rangée seront fixés.
Calculer ensuite la hauteur de la future tribune.

Doc. 1 : la tribune

- La tribune accueillera 10 000 personnes.
- Il y aura 200 personnes par rangée.

Le supports de travail

Les documents, la calculatrice ou un tableur, les instruments de géométrie.

Doc. 2 : Les règles à respecter

- Un spectateur doit pouvoir voir un point P situé horizontalement à 10 m devant lui.
- Chaque spectateur voit le même point que le spectateur placé devant lui. Le segment qui va de ses yeux à ce point est situé 0,2 m au-dessus des yeux du spectateur placé devant.
- On considère que l'œil d'un spectateur est 0,8 m au-dessus du siège.
- Il y a un espace de 0,8 m entre les sièges de deux rangées consécutives.
- Les sièges de la première rangée sont fixés à 0,4 m du sol.

D'après *sport.maths.org*

Doc. 3 : Un schéma

Toute piste de recherche, même non aboutie figurera ci-dessous.

- On peut réaliser ce schéma où (CP) désigne le sol.

O est l'œil d'un spectateur de la 2e rangée.
$10 + 0{,}8 = 10{,}8$ et $0{,}4 + 0{,}8 + 0{,}2 = 1{,}4$
Les droites (OC) et (AB) sont perpendiculaires à (CP) donc parallèles.
Le théorème de Thalès dans les triangles PAB et POC permet d'écrire : $\frac{PA}{PC} = \frac{BA}{OC}$
d'où $\frac{10}{10{,}8} = \frac{1{,}4}{OC}$ donc $10 \times OC = 1{,}4 \times 10{,}8$
$OC = \frac{1{,}4 \times 10{,}8}{10} = 1{,}512$.
Les yeux d'un spectateur de la 2e rangée sont à 1,512 m du sol.
$1{,}512$ m $- 0{,}8$ m $= 0{,}712$ m donc les sièges de la 2e rangée seront fixés à 0,712 m du sol.

- **Hauteur de la tribune**
$\frac{10\,000}{200} = 50$ donc il y a 50 rangées.
On note h la hauteur des yeux d'un spectateur et h' la hauteur des yeux du spectateur situé derrière lui.

Avec le théorème de Thalès, on obtient : $\frac{10}{10{,}8} = \frac{h}{h'}$
$10 \times h' = 10{,}8 \times h$ et $h' = \frac{10{,}8 \times h}{10}$ d'où $h' = 1{,}08 \times h$.
La hauteur des yeux d'un spectateur de la 50e rangée est donc $1{,}08^{49} \times 1{,}4$ m soit environ 60,8 m.
On peut estimer que la hauteur de la tribune sera environ 61 m.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée. Tâches complexes 109

Chapitre 1

Nombres relatifs : opérations

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE 1

Rangement de nombres relatifs

SOCLE

- Un nombre **positif** est plus **grand** qu'un nombre **négatif**.
- De deux nombres **positifs**, le **plus grand** est celui qui a la **plus grande distance** à zéro.
- De deux nombres **négatifs**, le **plus grand** est celui qui a la **plus petite distance** à zéro.

★

1 **a.** –3 –2 –1 0 1 2 3 4

• Quel est le signe de –2 ? Négatif

• Quel est le signe de 4 ? Positif

b. Compléter par < ou > : –2 < 4.

2 **a.** –6 –5 –4 –3 –2 –1 0 1

• Quel est le signe de –5 et de –2 ? Négatif

• Qui de –5 ou –2 a la plus petite distance à zéro ?

–2

b. Compléter par < ou > : –5 < –2.

3 –2,5 –2 –1,5 –1 –0,5 0 1 2

Placer les nombres donnés sur la droite graduée ci-dessus, puis compléter par < ou >.

a. 2 > –2 **b.** –1,5 > –2,5 **c.** –2 < –0,5

d. –2,5 < 2 **e.** –2,5 < –2 **f.** 2 > –1

4 On estime que Pythagore est né en –580 et que Thalès est né en –625. Lequel de ces deux mathématiciens est né le premier ?

PYTHAGORE THALÈS

–625 < –580

donc Thalès est né avant Pythagore.

★★

5 Ranger ces nombres dans l'ordre croissant.
• 5,34 • –0,2 • –4,3 • 5,6 • –4,17

–4,3 < –4,17 < –0,2 < 5,34 < 5,6

6 Ranger ces nombres dans l'ordre décroissant.
• 3,463 • –4,5 • –3,6 • 3,48 • –3,57

3,48 > 3,463 > –3,57 > –3,6 > –4,5

7 Ranger ces cinq températures mensuelles moyennes de la plus froide à la plus chaude.

Novembre	Décembre	Janvier	Février	Mars
5,3	–0,6	–2,4	–1,6	0,8

–2,4 < –1,6 < –0,6 < 0,8 < 5,3

8 Dans chaque cas, compléter par un nombre de la liste ci-dessous.
• –5,007 • –5,183 • –5,18 • –5,194 • –5 • 1

a. –5,194 < –5,183 < –5,18

b. –5,18 < –5,007 < –5

c. –5,183 < –5,18 < –5,007

d. –5,007 < –5 < 1

9 Quel est :

• le plus petit entier relatif supérieur à –8,2 ? –8

• le plus grand entier relatif inférieur à –5,7 ? –6

• le plus grand entier relatif dont l'opposé est supérieur à –2,8 ? 2

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE **2**

Addition – Soustraction

SOCLE

Addition

- Addition de deux nombres relatifs de **même signe** : on garde le signe commun et on additionne les distances à zéro.
- Addition de deux nombres relatifs de **signes contraires** : on garde le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro et on soustrait la plus petite distance à zéro à la plus grande.

Soustraction

Pour **soustraire** un nombre relatif, on **additionne son opposé.**

★

1 Compléter.

a. 2 + (−9) = −7

b. −2 + (−6) = −8

c. 4 + 6 = 10

d. (−1) + 6 = 5

e. (−9) + (−3) = −12

f. (−1) + 8 = 7

2 Transformer chaque soustraction en addition.

a. 2 − (+6) = 2 + (−6) = −4

b. −5 − (−3) = −5 + 3 = −2

c. −4 − 1 = −4 + (−1) = −5

d. −3 − (−8) = −3 + 8 = 5

3 Calculer.

a. 2 − 5 = 2 + (−5) = −3

b. 7 − 3 = 4

c. −4 − (−1) = −4 + 1 = −3

d. 2 − 6 = 2 + (−6) = −4

4 Relier chaque expression à sa valeur.

−1 − (−7) •	• −7
−7 + (−2) •	• −5
−2 − 5 •	• 2
−3 + 5 •	• 6
−7 + 2 •	• −9

5 Calculer, puis vérifier avec la calculatrice.

a. −2,5 + 8 = 5,5

b. −5,4 − 4,7 = −10,1

c. 0,7 + (−0,45) = 0,25

d. −7,4 + 6,8 = −0,6

★★

6 Calculer.

a. −4,7 − (−1,3) = −4,7 + 1,3 = −3,4

b. −1,7 − (+2,5) = −1,7 + (−2,5) = −4,2

c. 14 − (−7,3) − 5,2 = 14 + 7,3 + (−5,2) = 16,1

7 Combien de temps ont vécu ces deux philosophes ?

PLATON
(−424 ; −348)

SOCRATE
(−470 ; −399)

−348 − (−424) = −348 + 424 = 76

−399 − (−470) = −399 + 470 = 71

Platon a vécu 76 ans et Socrate 71 ans.

8 Sur une droite graduée, quelle distance sépare les points d'abscisses −13,8 et −25,2 ?

−13,8 > −25,2 donc :

−13,8 − (−25,2) = −13,8 + 25,2 = 11,4

9 Écrire chaque expression avec uniquement des additions, puis calculer.

a. A = −18 + 7 − 10 − 3 + 12

A = −18 + 7 + (−10) + (−3) + 12 = −12

b. B = 4 − (−2) + (−8) −5 + 1

B = 4 + 2 + (−8) + (−5) + 1 = −6

c. C = −5 + (−1) − (−8) − 2 + 6 − 1

C = −5 + (−1) + 8 + (−2) + 6 + (−1) = 5

FICHE

3 Multiplication

SOCLE

- **Règle des signes :** • Le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif**.
  • Le produit de deux nombres relatifs de **signes différents** est **négatif**.
- **Calcul d'un produit :** Pour multiplier deux nombres relatifs, on détermine le signe avec la règle des signes, puis on multiplie les distances à zéro.

★

1 Calculer ces produits.

a. 2 × (−9) = −18
b. −4 × (−7) = 28
c. −9 × 6 = −54
d. 8 × (−4) = −32
e. −6 × (−7) = 42
f. −9 × 8 = −72

2 Compléter cette « table de multiplication ».

×	7	−8	−0,3	60	−9
−4	−28	32	1,2	−240	36
6	42	−48	−1,8	360	−54
−0,7	−4,9	5,6	0,21	−42	6,3

3 Calculer mentalement ces produits.

a. 8 × (−0,05) = −0,4
b. −0,8 × (−1 000) = 800
c. −14 × 5 = −70

4 Calculer à la main ces produits.

a. −6 × 2 × (−3) = 36
b. −5 × (−17) × (−2) = −170
c. −25 × 9,4 × (−4) = 940

5 Sans effectuer de calculs, donner le signe de chaque produit. Justifier la réponse.
A = −7 × (−3) × 8,2 × 4 × 5 × (−6,9) × 2

Le produit comporte 3 facteurs négatifs et 3 est impair
donc le produit est négatif.

B = 3 × (−8) × 5 × (−34) × (−0,9) × 7,6 × (−5)

Le produit comporte 4 facteurs négatifs et 4 est pair
donc le produit est positif.

★★

6 Compléter ces égalités.

- −1 × 5 = −5
- −13 × 0 = 0
- 1 × (−8,2) = −8,2
- −9,4 × (−1) = 9,4

7 Calculer à la main les produits suivants.
A = 10 × (−6) × (−1) × (−4) × 2 × (−1)
B = (−5) × (−14,8) × 1 ×(−2) × 10

• A = −60 × 4 × (−2) = −60 × (−8) = 480
• B = (−5) × (−2) × 10 × (−14,8) × 1
B = 10 × 10 × (−14,8)
B = 100 × (−14,8) = −1 480

8 Aude : « Les produits A = −6 × 5 × (−4) × (−0,1) et B = (−1) × 2 × (−3) × (−2) sont égaux ».
Qu'en pensez-vous ?

A = −30 × 0,4 = −12
B = −2 × 6 = −12
Aude a raison.

9 A = $4x$ B = $-6x$ C = $-3xy$
Calculer A, B, C pour $x = -2{,}5$ et $y = -4$.

A = 4 × (−2,5) = −10
B = −6 × (−2,5) = 15
C = −3 × (−2,5) × (−4) = −3 × 10 = −30

10 A = $-8x$ et B = $-2yz$.
Est-il vrai que pour $x = -10$, $y = -10$ et $z = -4$, les nombres A et B sont opposés ?

A = −8 × (−10) = 80
B = −2 × (−10) × (−4) = 20 × (−4) = −80
Cette affirmation est vraie.

CALCUL MENTAL	• .... • .... • .... • .... •	Note
	• .... • .... • .... • .... •	..... / .....

FICHE
4 Division

- **Règle des signes :** • Le quotient de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif**.
  • Le quotient de deux nombres relatifs de **signes différents** est **négatif**.
- **Calcul d'un quotient :** Pour diviser deux nombres relatifs on détermine le signe avec la règle des signes, puis on divise les distances à zéro.
- **Valeurs approchées :** La division de –10 par 7 ne se termine pas.
On donne des valeurs approchées décimales du quotient :

```
-10÷7
        -1,428571429
```

• par défaut au dixième près, $(-10):7 \approx -1{,}5$ • par excès au centième près, $(-10):7 \approx -1{,}42$.

★

1 Calculer mentalement ces quotients.

a. $\dfrac{-36}{-4} = 9$ **b.** $\dfrac{-21}{7} = -3$

c. $42:(-6) = -7$ **d.** $-37:2 = -18{,}5$

e. $-63:(-1\,000) = 0{,}063$ **f.** $450:(-5) = -90$

2 Compléter ces égalités.

a. $3 \times (-6) = -18$ **b.** $-9 \times (-7) = 63$

c. $-6 \times 8 = -48$ **d.** $2 \times (-0{,}5) = -1$

3 SOCLE À l'aide de cet écran de calculatrice donner la valeur approchée :

```
93÷19
        4,894736842
```

a. du quotient $\dfrac{93}{19}$

• par défaut à l'unité près : 4

• par défaut au dixième près : 4,8

• par excès au centième près : 4,90

b. du quotient $\dfrac{-93}{19}$

• par défaut à l'unité près : –5

• par défaut au dixième près : –4,9

• par excès au centième près : –4,89

4 SOCLE À l'aide de la calculatrice compléter ce tableau avec des valeurs approchées du quotient 471 : (–3,7).

Valeur approchée	par défaut	par excès
À l'unité près	–128	–127
Au dixième près	–127,3	–127,2
Au centième près	–127,30	–127,29

★★

5 SOCLE **a.** Effectuer à la main la division de 30 par 7.

b. Donner les valeurs approchées par excès au dixième près des quotients 30 : (–7) et (–30) : (–7).

a.

```
  3 0, 0 0 | 7
– 2 8      | 4, 2 8
    2 0
  – 1 4
      6 0
    – 5 6
        4
```

b. • $30:(-7) \approx -4{,}2$
• $(-30):(-7) \approx 4{,}3$

6 SOCLE Donner à la main les valeurs approchées par défaut du quotient $\dfrac{0{,}96}{1{,}3}$:

a. à l'unité près ; **b.** au dixième près ;

c. au centième près.

$\dfrac{0{,}96}{1{,}3} = \dfrac{9{,}6}{13}$

```
  9, 6 0 | 1 3
– 9 1    | 0, 7 3
    5 0
  – 3 9
    1 1
```

a. 0 **b.** 0,7 **c.** 0,73

7 On donne $a = -2$ et $b = -10$.
Donner l'écriture décimale de chaque quotient.

a. $\dfrac{b}{a} = \dfrac{-10}{-2} = 5$

b. $\dfrac{-a}{b} = \dfrac{2}{-10} = -0{,}2$

c. $\dfrac{-7b}{5a} = \dfrac{-7\times(-10)}{5\times(-2)} = \dfrac{70}{-10} = -7$

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... Note ..... / .....

FICHE 5

Enchaînement d'opérations

● **Priorités opératoires**

- Dans une suite d'opérations, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses, puis les multiplications et les divisions, enfin les additions et les soustractions.
- Lorsqu'il y a égalité de priorité, on effectue les calculs de la gauche vers la droite.

● **Distributivité :** k, a et b désignent des nombres.

	Développer →	
Produit		Somme
$k(a+b)$	$=$	$ka+kb$
	← Factoriser	

	Développer →	
Produit		Différence
$k(a-b)$	$=$	$ka-kb$
	← Factoriser	

★

1 Dans chaque cas, compléter.

a. $5+6\times(-2)=5+(-12)=-7$

b. $-1-12:(2-6)=-1-12:(-4)=-1+3=2$

c. $\dfrac{-4-(-22)}{2\times(-1)}=\dfrac{-4+22}{-2}=\dfrac{18}{-2}=-9$

2 Dans chaque cas, calculer à la main, puis vérifier les résultats avec la calculatrice.

- $A=(-5)\times 6-7\times(-8)$

$A=-30+56=26$

- $B=-4+10:(1-6)$

$B=-4+10:(-5)=-4+(-2)=-6$

- $C=7-(-2-8)\times(-3)-26:(-2)$

$C=7-(-10)\times(-3)-(-13)$
$C=7-30+13$
$C=-23+13=-10$

- $D=\dfrac{-3\times(-2)-18}{-1-5}$

$D=\dfrac{6-18}{-6}=\dfrac{-12}{-6}=2$

3 $E=-3\times(-1)-(-2)\times(-4)$ et $F=9-6\times(-3+7)$
Maëlis déclare : « F est le triple de E ».
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?

$E=3-8=-5$
$F=9-6\times 4=9-24=-15$
$3\times(-5)=-15$ donc cette affirmation est vraie.

★★

4 Calculer sans calculatrice et sans poser d'opération.

a. $A=-31\times 7{,}8=-31\times(7+0{,}8)$

$A=-31\times 7+(-31)\times 0{,}8$
$A=-217-24{,}8=-241{,}8$

b. $B=97\times(-18)$

$B=(100-3)\times(-18)$
$B=100\times(-18)-3\times(-18)$
$B=-1\,800+54$
$B=-1\,746$

5 Calculer après avoir factorisé.
$C=-6\times(-3{,}2)+(-6)\times(-6{,}8)$

$C=-6\times(-3{,}2+(-6{,}8))$
$C=-6\times(-10)=60$

6 En voyage en Californie, Alya a noté les altitudes, en m, des lieux visités.

−35	−8	+48	−61	+26

Calculer la moyenne de ces altitudes.

$M=\dfrac{-35-8+48-61+26}{5}=\dfrac{-30}{5}=-6$
La moyenne de ces altitudes est −6 m.

FICHE

6 Perfectionnement

★★★

1 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Soustraire 5.
- Multiplier le résultat par -4.

1. Quel nombre obtient-on avec ce programme de calcul si l'on choisit comme nombre de départ :

a. 7 ?

• 7 • $7-5=2$ • $2\times(-4)=-8$

On obtient -8.

b. -3 ?

• -3 • $-3-5=-8$ • $-8\times(-4)=32$

On obtient 32.

2. Anne a choisi -8 comme nombre de départ. Écrire une expression permettant de calculer le nombre qu'elle va obtenir avec le programme, puis calculer cette expression.

$(-8-5)\times(-4)=-13\times(-4)=52$

2 Écrire l'expression, puis calculer.

a. Le produit de -3 par la somme de -2 et 8.

$-3\times(-2+8)=-3\times6=-18$

b. La somme de -7 et du produit de -5 par 4.

$-7+(-5)\times4=-7-20=-27$

c. Le quotient de -24 par la différence de -8 et de -2.

$\dfrac{-24}{-8-(-2)}=\dfrac{-24}{-6}=4$

3 $A=\dfrac{-0{,}7}{9-11}$. Décrire l'expression en employant des mots parmi : *différence*, *produit*, *quotient*, *somme*, puis calculer cette expression.

A est le quotient de $-0{,}7$ par la différence de 9 et de 11.

$A=\dfrac{-0{,}7}{9-11}=\dfrac{-0{,}7}{-2}=0{,}35$

4 **a.** Compléter ce circuit d'opérations :

$\boxed{-5} \xrightarrow{\times(-4)} \boxed{20} \xrightarrow{-30} \boxed{-10} \xrightarrow{:5} \boxed{-2}$

$\boxed{-5} \xleftarrow{\times(-0{,}25)} \boxed{20} \xleftarrow{\times(-2)} \boxed{-10} \xleftarrow{-8} \boxed{-2}$

b. Traduire par une expression la succession d'opérations pour passer de la case verte à la case rouge.

$\dfrac{-5\times(-4)-30}{5}$

5

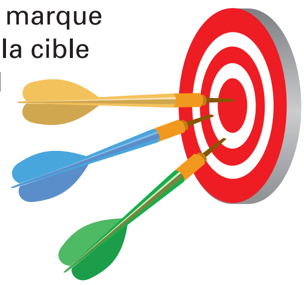
- Choisir un nombre.
- Multiplier par -4.
- Soustraire le nombre choisi.
- Multiplier le résultat par -3.

Écrire une expression permettant de calculer le nombre F obtenu avec ce programme, puis calculer F lorsque le nombre choisi est :

a. 2 ; **b.** -6.

a. $F=(2\times(-4)-2)\times(-3)$
$F=(-8-2)\times(-3)=-10\times(-3)=30$
b. $F=(-6\times(-4)-(-6))\times(-3)$
$F=(24+6)\times(-3)=30\times(-3)=-90$

6 Au jeu « La cible » on marque 5 points quand on atteint la cible et on perd 3 points quand on la rate.
Dans chaque cas écrire une expression donnant le score S du joueur, puis calculer S.



a. Hélia a touché 7 fois la cible et l'a ratée 9 fois.

b. Rim a visé 27 fois la cible et l'a ratée 17 fois.

a. $S=7\times5-9\times3=35-27=8$.
b. $S=(27-17)\times5-17\times3$
$S=10\times5-17\times3$
$S=50-51=-1$.

FICHE 7 QCM et jeux

QCM

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

A	$-6{,}84$ est tel que…	$5 > -6{,}84$	$-6{,}84 < -6{,}9$	$-6{,}84 > -6{,}832$
B	$-7 - (-3)$ est égal à…	$-2 + (-8)$	$-10 + 6$	$8 - 12$
C	$1 \times (-2) \times 3 \times (-4) \times (-5)$ est …	négatif	égal à $6 \times (-20)$	égal à $(-8) \times (-15)$
D	$\frac{-23}{7}$ est égal à…	$\frac{23}{-7}$	$-3{,}2$	$-3{,}29$
E	$9 - 3 \times (-5)$ est égal à…	-30	$-4 \times [-5 + (-1)]$	$\frac{-3 - 9 \times (-3)}{4 - 5}$

jeu 1

Ce carré magique est tel que les produits des nombres écrits sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chaque diagonale sont égaux.
Compléter ce carré magique.

1	-20	-40	-125
-250	-20	-10	2
50	-10	50	4
8	25	-5	100

jeu 2

Clara prend l'ascenseur en sortant de chez elle.
Elle monte de 4 étages pour aller chercher son ami Nils. Elle redescend ensuite de 9 étages pour aller jeter un sac de déchets puis remonte de 2 étages pour sortir au niveau + 1.
À quel étage habite Clara ?

Réponse : Au 4e étage

$4 - 9 + 2 = -3$
C'est comme si Clara avait descendu 3 étages.
$3 + 1 = 4$

jeu 3

Pour traverser la salle du trésor, on peut passer d'une case à l'autre :
– soit en allant vers la droite, ce qui correspond à une addition ;
– soit en allant vers le haut, ce qui correspond à une multiplication.
Les déplacements vers la gauche et vers le bas sont interdits.
On entre par la case -1 et on sort par la case -9.
À la sortie, le résultat obtenu correspond au nombre d'euros gagnés ou perdus.

-7	-8	 -9
-4	-5	-6
-1	-2	-3

Quel est le gain maximal que l'on peut obtenir ?

Rallye mathématique de l'académie de Montpellier

Réponse : 63 €

$-1 \times (-4) = 4$
$4 + (-5) = -1$
$-1 + (-6) = -7$
$-7 \times (-9) = 63$

Chapitre 2

Écritures fractionnaires : opérations

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE 8

Quotients et écritures fractionnaires

a, b, c, d, k désignent des nombres relatifs ($b \neq 0$; $d \neq 0$; $k \neq 0$).

- Le quotient de deux nombres relatifs ne change pas quand on **multiplie** (ou divise) son **numérateur** et son **dénominateur** par **un même nombre**, différent de 0.
  - $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a \times k}{b \times k}$
  - $\dfrac{a}{b} = \dfrac{a : k}{b : k}$
- **Égalité des produits en croix**
  - Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$, alors $a \times d = b \times c$.
  - Si $a \times d = b \times c$, alors $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$.

★

1 Compléter.

a. $\dfrac{3}{4} \underset{\times 25}{\overset{\times 25}{=}} \dfrac{75}{100}$

b. $\dfrac{5}{3} \underset{\times 8}{\overset{\times 8}{=}} \dfrac{40}{24}$

c. $\dfrac{63}{49} \underset{: 7}{\overset{: 7}{=}} \dfrac{9}{7}$

2 Compléter ces égalités.

a. $\dfrac{2}{5} = \dfrac{2 \times 6}{5 \times 6} = \dfrac{12}{30}$

b. $\dfrac{0{,}4}{-7} = \dfrac{0{,}4 \times (-10)}{-7 \times (-10)} = \dfrac{-4}{70}$

c. $\dfrac{60}{28} = \dfrac{60 : 4}{28 : 4} = \dfrac{15}{7}$

d. $\dfrac{45}{81} = \dfrac{45 : 9}{81 : 9} = \dfrac{5}{9}$

3 Dans chaque cas :
- réécrire le nombre avec un dénominateur positif,
- indiquer au-dessous si ce nombre est *positif* ou *négatif*.

a. $\dfrac{2}{-3} = \dfrac{-2}{3}$ négatif

b. $\dfrac{-5}{-8} = \dfrac{5}{8}$ positif

c. $-\dfrac{4}{-7} = \dfrac{4}{7}$ positif

4 Les quotients $\dfrac{42}{224}$ et $\dfrac{9}{48}$ sont-ils égaux ?

$42 \times 48 = 2\,016$

$9 \times 224 = 2\,016$

donc $\dfrac{42}{224} = \dfrac{9}{48}$

5 On donne l'égalité : $\dfrac{n}{5} = \dfrac{-3}{2}$.

D'après l'égalité des produits en croix, on peut écrire : $n \times 2 = 5 \times (-3)$

Donc $n = \dfrac{-15}{2}$. L'écriture décimale de n est $-7{,}5$.

★★

6 Compléter.

a. $\dfrac{7}{-4} \underset{\times (-5)}{\overset{\times (-5)}{=}} \dfrac{-35}{20}$

b. $\dfrac{42}{91} \underset{: 7}{\overset{: 7}{=}} \dfrac{6}{13}$

c. $\dfrac{-9}{-27} \underset{: (-9)}{\overset{: (-9)}{=}} \dfrac{1}{3}$

7 Compléter.

a. $\dfrac{5}{-12} = \dfrac{-25}{60}$

b. $\dfrac{-9}{4} = \dfrac{-225}{100}$

c. $-2{,}5 = \dfrac{-10}{4}$

8 Simplifier chaque écriture fractionnaire.

a. 25 et 10 sont divisibles par 5 donc $\dfrac{25}{10} = \dfrac{5}{2}$.

b. 80 et 60 sont divisibles par 10 donc $\dfrac{-80}{-60} = \dfrac{8}{6}$.

8 et 6 sont divisibles par 2 donc $\dfrac{-80}{-60} = \dfrac{4}{3}$.

c. 28 et 20 sont divisibles par 4 donc $\dfrac{28}{-20} = \dfrac{-7}{5}$.

9 Simplifier le plus possible $-\dfrac{36}{144}$.

$-\dfrac{36}{144} = -\dfrac{18}{72} = -\dfrac{2}{8} = -\dfrac{1}{4}$

10 Sans effectuer de division, dire si les quotients $\dfrac{45}{80}$ et $\dfrac{56}{100}$ sont égaux ou non.

$45 \times 100 = 4\,500$ et $80 \times 56 = 4\,480$

Les produits en croix ne sont pas égaux donc $\dfrac{45}{80} \neq \dfrac{56}{100}$.

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... Note ..... / .....

FICHE

9 Multiples communs à plusieurs nombres entiers

SOCLE

- 36 = 9 × 4 donc 36 est un multiple de 9. 36 = 12 × 3 donc 36 est un multiple de 12.
On dit que **36** est **un multiple commun** à 9 et à 12.
- Multiples de 3 : **0** ; 3 ; 6 ; 9 ; **12** ; 15 ; 18 ; 21 ; **24** ; 27 ; 30 ; …
Multiples de 4 : **0** ; 4 ; 8 ; **12** ; 16 ; 20 ; **24** ; 28 ; 32 ; …
Multiples de 6 : **0** ; 6 ; **12** ; 18 ; **24** ; 30 ; …

0 ; 12 ; 24 sont des **multiples communs** aux nombres 3, 4 et 6.

★

1 Voici une liste de nombres entiers.

10 | 12 | 20 | 25 | 30 | 32 | 37 | 60

Parmi ces nombres, lesquels sont des multiples :

a. de 2 ? 10 ; 12 ; 20 ; 30 ; 32 ; 60

b. de 5 ? 10 ; 20 ; 25 ; 30 ; 60

c. communs à 2 et à 5 ? 10 ; 20 ; 30 ; 60

d. communs à 2 ; 3 et 5 ? 30 ; 60

e. communs à 2 ; 4 et 5 ? 20 ; 60

2 **a.** Compléter le tableau ci-dessous.

×	6	8	10	12	15	18
1	6	8	10	12	15	18
2	12	16	20	24	30	36
3	18	24	30	36	45	54
4	24	32	40	48	60	72
5	30	40	50	60	75	90
6	36	48	60	72	90	108

b. Relever dans le tableau un (des) nombre (s) :
- multiple(s) commun(s) à 6 et à 10 : 30
- multiple(s) commun(s) à 10 et à 15 : 30 ; 60
- multiple(s) commun(s) à 6 ; 12 et 18 : 36

3 **a.** Écrire les dix premiers multiples (non nuls) de 9.

9 ; 18 ; 27 ; 36 ; 45 ; 54 ; 63 ; 72 ; 81 ; 90

b. Écrire les dix premiers multiples (non nuls) de 12.

12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; 84 ; 96 ; 108 ; 120

c. Parmi ces nombres, lesquels sont des multiples communs à 9 et à 12 ? 36 et 72

★★

4 **a.** Écrire les dix premiers multiples (non nuls) de 10, puis de 15.

10 ; 20 ; 30 ; 40 ; 50 ; 60 ; 70 ; 80 ; 90 ; 100

15 ; 30 ; 45 ; 60 ; 75 ; 90 ; 105 ; 120 ; 135 ; 150

b. Parmi ces nombres, lesquels sont des multiples communs à 10 et à 15 ? 30 ; 60 ; 90

5 Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse.

a. Eliane : « Les multiples communs à 2 et 8 sont les multiples de 8. » Vrai

b. Jérémy : « Les multiples communs à 2 et 3 sont les multiples de 6. » Vrai

c. Vickia : « Les multiples communs à 4 et 6 sont les multiples de 24. » Faux (12 est un multiple commun à 4 et 6, mais n'est pas un multiple de 24).

6 Deux kytesurfeurs font des allers-retours entre les rives d'une rade, Gaël en 6 minutes, Tanguy en 8 minutes.Ils partent en même temps d'une rive. S'ils gardent la même allure, au bout de combien de temps se retrouveront-ils à nouveau ensemble au bord de cette rive ? Combien d'allers-retours chacun aura-t-il fait ?

Gaël revient à la rive de départ à chaque multiple de 6 : 6 ; 12 ; 18 ; 24 ; 30 ; …
Tanguy revient à la rive de départ à chaque multiple de 8 : 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; …
24 est le plus petit multiple commun à 6 et à 8.
Ils se retrouveront au bout de 24 minutes.
24 = 6 × 4 et 24 = 8 × 3
Gaël aura fait 4 allers-retours et Tanguy 3.

CALCUL MENTAL	• .... • .... • .... • .... •	Note
	• .... • .... • .... • .... •	..... / .....

FICHE

10 Addition – Soustraction

Pour additionner (ou soustraire) des nombres relatifs en écriture fractionnaire,

- si les dénominateurs sont les mêmes :
  - on additionne (ou on soustrait) les **numérateurs** ;
  - on garde le même **dénominateur**.
- si les dénominateurs sont différents :
  - on réduit les nombres au même **dénominateur** (on cherche un multiple commun aux dénominateurs) ;
  - on écrit les nombres avec le même **dénominateur** et on les ajoute (ou on les soustrait).

• $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ • $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$

a, b, c nombres relatifs ($c \neq 0$).

★

1 Calculer sous forme fractionnaire et simplifier le résultat si possible.

a. $-\frac{9}{5}+\frac{6}{5}=\frac{-9+6}{5}=\frac{-3}{5}$

b. $\frac{11}{9}-\frac{5}{9}=\frac{11-5}{9}=\frac{6}{9}=\frac{2\times3}{3\times3}=\frac{2}{3}$

c. $\frac{-7}{8}+\frac{5}{8}=\frac{-7+5}{8}=\frac{-2}{8}=-\frac{1\times2}{4\times2}=-\frac{1}{4}$

d. $\frac{19}{20}-\frac{7}{20}-\frac{-3}{20}=\frac{19-7+3}{20}=\frac{15}{20}=\frac{5\times3}{5\times4}=\frac{3}{4}$

2 Pour additionner $\frac{-8}{15}$ et $\frac{5}{6}$:

① On cherche un multiple commun aux dénominateurs 15 et 6 : 30 (ou 60 ou....)

② On écrit $\frac{-8}{15}$ et $\frac{5}{6}$ avec le même dénominateur.

$\frac{-8}{15}=\frac{-8\times2}{15\times2}=\frac{-16}{30}$ $\frac{5}{6}=\frac{5\times5}{6\times5}=\frac{25}{30}$

③ On effectue le calcul.

$\frac{-8}{15}+\frac{5}{6}=\frac{-16}{30}+\frac{25}{30}=\frac{-16+25}{30}=\frac{9}{30}$

④ On simplifie le résultat si nécessaire.

$\frac{9}{30}=\frac{3\times3}{10\times3}=\frac{3}{10}$

3 Compléter.

a. $\frac{-7}{8}+\frac{1}{6}=\frac{-21}{24}+\frac{4}{24}=\frac{-21+4}{24}=\frac{-17}{24}$

b. $2-\frac{-3}{4}=\frac{8}{4}+\frac{3}{4}=\frac{8+3}{4}=\frac{11}{4}$

c. $\frac{9}{10}-\frac{1}{4}+\frac{8}{5}=\frac{18}{20}-\frac{5}{20}+\frac{32}{20}=\frac{18-5+32}{20}=\frac{45}{20}$

Simplifier. $\frac{45}{20}=\frac{9\times5}{4\times5}=\frac{9}{4}$

★★

4 **1. a.** Écrire les neuf premiers multiples (non nuls) de 8. 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; 40 ; 48 ; 56 ; 64 ; 72

b. Écrire les six premiers multiples (non nuls) de 18. 18 ; 36 ; 54 ; 72 ; 90 ; 108

c. En déduire un multiple commun à 8 et à 18. 72

2. Calculer.

a. $\frac{3}{8}+\frac{-5}{18}$ **b.** $\frac{-5}{8}-\frac{-1}{18}$ **c.** $\frac{7}{18}+\frac{1}{8}-1$

a. $\frac{3}{8}+\frac{-5}{18}=\frac{27}{72}+\frac{-20}{72}=\frac{27-20}{72}=\frac{7}{72}$

b. $\frac{-5}{8}-\frac{-1}{18}=\frac{-45}{72}+\frac{4}{72}=\frac{-45+4}{72}=\frac{-41}{72}$

c. $\frac{7}{18}+\frac{1}{8}-1=\frac{28}{72}+\frac{9}{72}-\frac{72}{72}=\frac{28+9-72}{72}=\frac{-35}{72}$

5 Lors d'une séance du film *Sur le chemin de l'école*, $\frac{2}{5}$ des spectateurs sont des adultes, $\frac{1}{4}$ sont des enfants de moins de 12 ans et les autres sont des adolescents.

a. Quelle fraction des spectateurs représentent les adolescents ?

$\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{8}{20}+\frac{5}{20}=\frac{13}{20}$ $1-\frac{13}{20}=\frac{20}{20}-\frac{13}{20}=\frac{7}{20}$

Ils représentent $\frac{7}{20}$ des spectateurs.

b. Combien sont-ils si 120 spectateurs ont assisté à cette séance ?

$\frac{7}{20}\times120=42$

42 adolescents ont assisté à cette séance.

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE

11 Multiplication

- Pour multiplier des nombres relatifs en écriture fractionnaire,
- on multiplie les **numérateurs** entre eux ;
- on multiplie les **dénominateurs** entre eux .

• $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ • $a\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{d}$

a, b, c, d nombres relatifs ($b\neq 0$; $d\neq 0$)

★

1 SOCLE Calculer sous forme fractionnaire.

a. $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{2\times4}{3\times5}=\frac{8}{15}$ **b.** $3\times\frac{5}{2}=\frac{3\times5}{2}=\frac{15}{2}$

c. $\frac{7}{20}\times\frac{9}{4}=\frac{7\times9}{20\times4}=\frac{63}{80}$ **d.** $\frac{3}{7}\times\frac{6}{7}=\frac{3\times6}{7\times7}=\frac{18}{49}$

2 **1.** Voici trois produits.

a. $\frac{5}{3}\times\frac{-2}{7}$ **b.** $\frac{-3}{8}\times\frac{13}{-5}$ **c.** $-5\times\left(-\frac{9}{4}\right)$

Dire si chacun d'eux est *positif* ou *négatif*.

a. négatif **b.** positif **c.** positif

2. Calculer ces produits sous forme fractionnaire.

a. $\frac{5}{3}\times\frac{-2}{7}=-\frac{5\times2}{3\times7}=-\frac{10}{21}$

b. $\frac{-3}{8}\times\frac{13}{-5}=\frac{3\times13}{8\times5}=\frac{39}{40}$

c. $-5\times\left(-\frac{9}{4}\right)=\frac{5\times9}{4}=\frac{45}{4}$

3 SOCLE **1.** Voici la copie de Maud.

Elle n'a pas commis d'erreur.

$\frac{12}{7}\times\frac{49}{15}=\frac{12\times49}{7\times15}=\frac{588}{105}$

De son côté, Théo remarque : « 12 et 15 sont deux multiples de 3 ; 7 et 49 sont deux multiples de 7. »

Calculer $\frac{12}{7}\times\frac{49}{15}$ en simplifiant **avant** de faire les dernières multiplications.

$\frac{12}{7}\times\frac{49}{15}=\frac{12\times49}{7\times15}=\frac{3\times4\times7\times7}{7\times3\times5}=\frac{28}{5}$

2. Calculer sous forme fractionnaire et donner le résultat sous forme fractionnaire simplifiée.

a. $\frac{10}{3}\times\frac{18}{35}$ **b.** $27\times\frac{5}{18}$

a. $\frac{10}{3}\times\frac{18}{35}=\frac{10\times18}{3\times35}=\frac{5\times2\times3\times6}{3\times7\times5}=\frac{12}{7}$

b. $27\times\frac{5}{18}=\frac{27\times5}{18}=\frac{9\times3\times5}{9\times2}=\frac{15}{2}$

★★

4 SOCLE Calculer sous forme fractionnaire et donner le résultat sous forme fractionnaire simplifiée.

a. Le double de $\frac{5}{6}$. $2\times\frac{5}{6}=\frac{2\times5}{6}=\frac{10}{6}=\frac{2\times5}{2\times3}=\frac{5}{3}$

b. Le tiers de neuf dixièmes.

$\frac{1}{3}\times\frac{9}{10}=\frac{1\times9}{3\times10}=\frac{9}{30}=\frac{3\times3}{3\times10}=\frac{3}{10}$

c. La moitié de trois quarts.

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{1\times3}{2\times4}=\frac{3}{8}$

5 SOCLE Lors d'un match de basket, Tony Parker a marqué les $\frac{3}{8}$ des points de son équipe, dont $\frac{1}{3}$ en tirs à 3 points.

a. Quelle fraction de la totalité des points représentent les tirs à 3 points de Tony Parker ?

$\frac{3}{8}\times\frac{1}{3}=\frac{3\times1}{8\times3}=\frac{1}{8}$

Ils représentent $\frac{1}{8}$ de la totalité des points.

b. L'équipe de Tony Parker a gagné par 72 à 66. Combien de tirs à 3 points Tony Parker a-t-il réussis ?

$\frac{1}{8}\times72=9$ $9:3=3$

Tony Parker a marqué 3 tirs à 3 points.

6 Calculer et simplifier.

a. $\frac{36}{42}\times\frac{35}{4}$ **b.** $\frac{-12}{25}\times\frac{45}{16}\times(-2)$

a. $\frac{36}{42}\times\frac{35}{4}=\frac{4\times9\times5\times7}{6\times7\times4}=\frac{3\times3\times5}{3\times2}=\frac{15}{2}$

b. $\frac{-12}{25}\times\frac{45}{16}\times(-2)=\frac{4\times3\times9\times5\times2}{5\times5\times4\times2\times2}=\frac{27}{10}$

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • ....
• .... • .... • .... • .... • ....

Note ..... / .....

FICHE
12 Division

- Dire que deux nombres relatifs sont **inverses** signifie que **leur produit est égal à 1**.

$5 \times 0{,}2 = 1$ L'inverse de 5 est 0,2.
L'inverse de 0,2 est 5.

- **Diviser** par un nombre relatif différent de 0 **revient à multiplier par son inverse**.

- L'inverse de x ($x \neq 0$) est noté $\frac{1}{x}$.
- L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$. $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$

a, b nombres relatifs ($a \neq 0$; $b \neq 0$)

- $a : b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ • $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

a, b, c, d nombres relatifs ($b \neq 0$; $c \neq 0$; $d \neq 0$)

★

1 Compléter les égalités et les phrases.

a. $-0{,}5 \times (-2) = 1$ donc l'inverse de $-0{,}5$ est -2.

b. $4 \times \frac{1}{4} = 1$ donc l'inverse de 4 est $\frac{1}{4}$.

c. $-\frac{1}{3} \times (-3) = 1$ donc l'inverse de $-\frac{1}{3}$ est -3.

d. $\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = 1$ donc l'inverse de $\frac{5}{6}$ est $\frac{6}{5}$.

2 Écrire sous forme fractionnaire le quotient de 1 par :

a. $\frac{3}{4}$ **b.** $\frac{-2}{5}$ **c.** $-\frac{4}{9}$

a. L'inverse de $\frac{3}{4}$ est $\frac{4}{3}$ donc $1 : \frac{3}{4} = \frac{4}{3}$.

b. L'inverse de $\frac{-2}{5}$ est $\frac{5}{-2}$ donc $1 : \frac{-2}{5} = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}$.

c. L'inverse de $-\frac{4}{9}$ est $-\frac{9}{4}$ donc $1 : \left(-\frac{4}{9}\right) = -\frac{9}{4}$.

3 Compléter.

a. Diviser par 3 revient à multiplier par $\frac{1}{3}$.

b. Diviser par $\frac{1}{100}$ revient à multiplier par 100.

c. Diviser par $\frac{-6}{7}$ revient à multiplier par $\frac{7}{-6}$.

4 Compléter.

a. $2 : \frac{-5}{3} = 2 \times \frac{3}{-5} = \frac{2 \times 3}{-5} = -\frac{6}{5}$

b. $\frac{-3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{-3}{4} \times \frac{2}{1} = -\frac{3 \times 2}{4 \times 1} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

c. $\frac{7}{2} : (-5) = \frac{7}{2} \times \frac{1}{-5} = -\frac{7 \times 1}{2 \times 5} = -\frac{7}{10}$

d. $\dfrac{-4}{\frac{3}{5}} = -4 : \frac{3}{5} = -4 \times \frac{5}{3} = -\frac{4 \times 5}{3} = -\frac{20}{3}$

★★

5 Relier les nombres qui sont des inverses.

• 2	• 0,3	• −0,8	• $-\frac{2}{3}$	• $\frac{-4}{7}$	• −0,5

• −1,5	• −2	• $-\frac{5}{4}$	• $\frac{1}{2}$	• $\frac{10}{3}$	• $\frac{-7}{4}$

6 **a.** Pourquoi ces affirmations sont-elles vraies ?
Eva : « Diviser par 0,1 c'est multiplier par 10. »
Idriss : « Diviser par 0,25 c'est multiplier par 4. »

Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.

10 est l'inverse de 0,1 et 4 est l'inverse de 0,25.

b. Calculer mentalement.

$35 : 0{,}1 = 350$ $26 : 0{,}25 = 104$ $7{,}2 : 0{,}1 = 72$

$1{,}9 : 0{,}25 = 7{,}6$ $5 : 0{,}01 = 500$ $58 : 0{,}5 = 116$

7 Calculer sous forme fractionnaire simplifiée et donner l'écriture décimale de chaque nombre.

a. $\dfrac{7}{\frac{14}{5}}$ **b.** $\dfrac{\frac{-8}{3}}{\frac{5}{6}}$ **c.** $\dfrac{\frac{-3}{2}}{-6}$

a. $7 : \frac{14}{5} = 7 \times \frac{5}{14} = \frac{7 \times 5}{14} = \frac{7 \times 5}{7 \times 2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

b. $\frac{-8}{3} : \frac{5}{6} = \frac{-8}{3} \times \frac{6}{5} = -\frac{8 \times 6}{3 \times 5} = -\frac{8 \times 3 \times 2}{3 \times 5} = -\frac{16}{5}$

donc $\frac{-8}{3} : \frac{5}{6} = -3{,}2$

c. $\frac{-3}{2} : (-6) = \frac{-3}{2} \times \frac{1}{-6} = \frac{3 \times 1}{2 \times 3 \times 2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

CALCUL MENTAL	• .... •	• .... •	• .... •	• .... •	• .... •	Note ..... / .....

FICHE

13 Avec la calculatrice

On procède aux réglages pour écrire et lire les nombres en écriture fractionnaire comme sur le papier et pour obtenir les résultats sous forme fractionnaire simplifiée.

- **Casio *fx*-92 Collège 2D +**
  SECONDE MODE CONFIG 1(MthIO) 1(MathO)
  SECONDE MODE CONFIG ▼4(SIMP) 1(Auto)
- **TI-Collège Plus Solaire**
  mode ▼ ▼ ▼ ▶ SIMPAUTO entrer
  ▼ AFFNATUREL entrer 2nde mode (quitter)

On utilise la touche ⊟ (avec ▼) ou la touche $\frac{n}{d}$ (avec ▼).

★

1 SOCLE Entrer la séquence ⊟ 75 ▼ 100 EXE ou $\frac{n}{d}$ 75 ▼ 100 entrer.

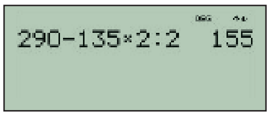
a. Que lit-on sur l'écran ? $\frac{3}{4}$

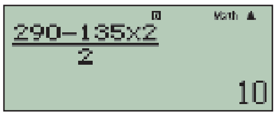
b. Qu'a permis de faire cette séquence ?

On a simplifié l'écriture du nombre $\frac{75}{100}$

2 SOCLE Zoé et Emile ont utilisé leur calculatrice pour calculer le nombre $\frac{290-135\times 2}{2}$.

Voici leurs écrans :

Zoé 

Emile 

Qui a raison ? Justifier.

C'est Emile qui a raison.

$\frac{290-135\times 2}{2}=\frac{290-270}{2}=\frac{20}{2}=10$

Zoé n'a pas respecté les priorités opératoires.
Elle aurait dû entrer (290 – 135 × 2) : 2
ou utiliser la touche fraction comme Emile.

3 Les touches S⇔D *ou* 2nde $\frac{n}{d}$ (f◂▸d) entrer permettent de basculer d'une écriture fractionnaire à l'écriture décimale.

On donne le nombre $A=\frac{927}{486-13\times 8}$.

Avec une calculatrice, calculer A et en donner la valeur approchée par excès au centième près.

$A=\frac{927}{382}$ ..... $A\approx 2{,}43$

★★

4 Compléter cette table d'addition à l'aide de la calculatrice.

+	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{9}{5}$
$\frac{7}{12}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{-1}{6}$	$\frac{143}{60}$
1	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{14}{5}$
$\frac{-5}{3}$	-1	$\frac{-3}{2}$	$\frac{-29}{12}$	$\frac{2}{15}$

5 Entrer la séquence 3 SECONDE x^{-1} (EXE

ou 3 2nde $\times 10^n$ ($\frac{1}{x}$) entrer.

a. Que lit-on sur l'écran ? $\frac{1}{3}$

b. Qu'a permis de faire cette séquence ?

On a calculé l'inverse du nombre 3.

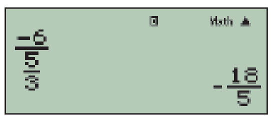
Info : x^{-1} est une autre notation de $\frac{1}{x}$ $(x\neq 0)$.

c. Avec la calculatrice, déterminer l'écriture fractionnaire de l'inverse de – 3,5. $-\frac{2}{7}$

Vérifier à la main.

$-3{,}5\times\left(-\frac{2}{7}\right)=\frac{3{,}5\times 2}{7}=\frac{7}{7}=1$

6 **1.** Wassila a calculé $-\frac{6}{5}:3$ mais elle s'est trompée. Quel résultat aurait-elle dû trouver ? $-\frac{2}{5}$



2. Calculer avec la calculatrice.

a. $8:\frac{3}{4}=\frac{32}{3}$ **b.** $\frac{10}{\frac{7}{-5}}=-\frac{2}{7}$ **c.** $\frac{-2}{\frac{-8}{3}}=\frac{3}{4}$

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● ....
● .... ● .... ● .... ● .... ● ....

Note ..... / .....

FICHE

14 Perfectionnement

★★★

1 **a.** Écrire chaque nombre sous la forme $\frac{x}{y}$ ou $-\frac{x}{y}$, où x et y sont des entiers, les plus petits possibles.

$\frac{-8}{0,3} \times \frac{0,9}{12}$ $1,6 - \frac{-4}{5}$ $\frac{-3}{2} - \frac{7}{8} - \frac{0,5}{4}$

Vérifier avec la calculatrice.

$\frac{-8}{0,3} \times \frac{0,9}{12} = -\frac{8 \times 0,9}{0,3 \times 12} = -\frac{7,2}{3,6} = -2$

$1,6 - \frac{-4}{5} = \frac{16}{10} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8+4}{5} = \frac{12}{5}$

$\frac{-3}{2} - \frac{7}{8} - \frac{0,5}{4} = \frac{-12}{8} - \frac{7}{8} - \frac{1}{8} = \frac{-12-7-1}{8}$

donc $\frac{-3}{2} - \frac{7}{8} - \frac{0,5}{4} = -\frac{20}{8} = -\frac{5}{2}$

b. Placer ces trois nombres sur la droite graduée ci-dessous.

$-\frac{5}{2}$ -2 0 1 $\frac{12}{5}$

c. Calculer sous forme fractionnaire la distance entre les deux points les plus éloignés

$\frac{12}{5} - \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{12}{5} + \frac{5}{2} = \frac{24}{10} + \frac{25}{10} = \frac{49}{10}$

2 Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans.
Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

$\frac{3}{4}$ des adhérents sont mineurs, donc $\frac{1}{4}$ des adhérents sont majeurs.

$\frac{1}{3}$ des adhérents majeurs a plus de 25 ans, donc $\frac{2}{3}$ des adhérents majeurs ont entre 18 et 25 ans.

$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{4 \times 3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

donc c'est vrai.

3 Trois points A, B et C d'une droite graduée ont respectivement pour abscisses : $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{15}$.
Ces trois points sont-ils régulièrement espacés sur la droite graduée ? Justifier.

$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$ $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$

Les points d'abscisses $\frac{5}{15}$, $\frac{6}{15}$ et $\frac{7}{15}$ sont régulièrement espacés ; ce sont les points A, B et C.

4 $A = \frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{4}{3}$, $B = \frac{8}{5} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{10}\right)$, $C = \left(2 - \frac{8}{3}\right) : \left(-\frac{8}{9}\right)$

a. Pour chaque nombre, entourer le signe de l'opération faite en premier.

b. Calculer ces trois nombres sous forme fractionnaire et simplifier le résultat si possible.

$A = \frac{5}{7} + \frac{1 \times 4}{7 \times 3} = \frac{5}{7} + \frac{4}{21} = \frac{15}{21} + \frac{4}{21} = \frac{15+4}{21} = \frac{19}{21}$

$B = \frac{8}{5} \times \left(\frac{15}{20} - \frac{18}{20}\right) = \frac{8}{5} \times \frac{15-18}{20} = \frac{8}{5} \times \frac{-3}{20}$

$B = \frac{8 \times (-3)}{5 \times 20} = \frac{4 \times 2 \times (-3)}{5 \times 4 \times 5} = -\frac{6}{25}$

$C = \left(\frac{6}{3} - \frac{8}{3}\right) : \left(-\frac{8}{9}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{8}{9}\right)$

$C = -\frac{2}{3} \times \left(-\frac{9}{8}\right) = \frac{2 \times 9}{3 \times 8} = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 2 \times 4} = \frac{3}{4}$

5 Dans l'Antiquité, les Égyptiens utilisaient des fractions dont le numérateur était 1.

a. Compléter mentalement.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$

b. Compléter à l'aide d'une calculatrice.

$\frac{5}{8} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$ $\frac{4}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$

$\frac{1}{12} + \frac{1}{51} + \frac{1}{68} = \frac{2}{17}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{17}{18}$

FICHE 15

QCM et jeux

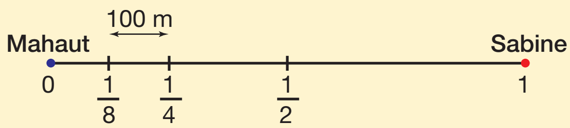
QCM

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

A	$-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$ est égal à…	$-\frac{8}{10}$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{19}{12}$
B	$\frac{7}{21}\times\frac{-30}{25}$ est égal à…	$3\times\frac{-6}{5}$	$\frac{1}{3}\times\frac{-6}{5}$	$\frac{-2}{5}$
C	$-\frac{7}{6}:\frac{5}{3}$ est égal à…	$-0{,}7$	$-\frac{7}{6}\times\frac{3}{5}$	$-\frac{7}{10}$
D	Si $\frac{5}{x}=\frac{4}{3}$, alors…	$4\times x=15$	$3\times x=20$	$x=3{,}75$
E	Lise a mangé le tiers d'une tablette de chocolat. Agathe a mangé les trois quarts du reste. Il reste alors…	$\frac{1}{4}$ de la tablette	$\frac{5}{6}$ de la tablette	$\frac{1}{6}$ de la tablette

jeu 1



Quelle distance sépare Mahaut de son amie Sabine ?

D'après *Kangourou des mathématiques*

Réponse : 800 m

$\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{2}{8}-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$

$\frac{1}{8}$ représente 100 m

donc 1 représente 8 fois plus c'est-à-dire 800 m.

jeu 2

Écrire le résultat de ce grand produit sous forme fractionnaire simplifiée.

$$\frac{2}{6}\times\frac{4}{8}\times\frac{6}{10}\times\ldots\times\frac{2010}{2014}$$

- les numérateurs sont tous les nombres pairs de 2 à 2010 ;
- les dénominateurs sont tous les nombres pairs de 6 à 2014.

D'après *Trophée Lewis Carroll*

$$\frac{2\times4\times6\times8\times10\times12\times\ldots\ldots\ldots\ldots2008\times2010}{6\times8\times10\times12\times\ldots\ldots2008\times2010\times2012\times2014}$$

$$\frac{2\times4}{2012\times2014}=\frac{2\times4}{4\times503\times2\times1007}=\frac{1}{506521}$$

jeu 3

Compléter ce carré « magique ».
Les sommes des nombres écrits sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chaque diagonale sont égales.

$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{3}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{3}{2}$
1	$\frac{11}{6}$	$\frac{2}{3}$

jeu 4

Un écureuil mange les deux cinquièmes de sa réserve de noisettes dans les deux premiers mois de l'hiver.
Puis il mange le quart de ce qui lui reste au cours du troisième mois de l'hiver.
Il lui reste alors 81 noisettes.
Combien de noisettes l'écureuil avait-il amassées avant les mauvais jours ?

D'après *Rallye Bombyx*

$1-\frac{2}{5}=\frac{5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ et $\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{1\times3}{4\times5}=\frac{3}{20}$

$\frac{2}{5}+\frac{3}{20}=\frac{2\times4}{5\times4}+\frac{3}{20}=\frac{8}{20}+\frac{3}{20}=\frac{11}{20}$

$1-\frac{11}{20}=\frac{20}{20}-\frac{11}{20}=\frac{9}{20}$

$\frac{9}{20}$ de la réserve $\rightarrow$ 81 noisettes

$\frac{1}{20}$ de la réserve $\rightarrow$ 9 noisettes

$20\times9=180$; il avait amassé 180 noisettes.

Puissances

Chapitre 3

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... Note ..... / .....

FICHE

16 Puissances entières d'un nombre relatif

SOCLE

- **Puissance d'exposant entier positif**
  - a désigne un nombre relatif et n un nombre entier ($n \geqslant 2$).
  a^n désigne le produit de n facteurs égaux à a. $\quad a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$
  - Par convention : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ ($a \neq 0$).
- **Puissance d'exposant entier négatif**
  a désigne un nombre relatif non nul et n un nombre entier.
  a^{-n} désigne l'inverse de a^n. $\quad a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

★

1 Compléter.

a. $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

b. $(-4)^3 = (-4)\times(-4)\times(-4) = -64$

c. $0{,}5^4 = 0{,}5\times0{,}5\times0{,}5\times0{,}5 = 0{,}0625$

d. $\left(\dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{3}\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{4\times4}{3\times3}=\dfrac{16}{9}$

2 Écrire chaque produit sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

b. $(-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^3$

c. $6{,}5 \times 6{,}5 \times 6{,}5 \times 6{,}5 \times 6{,}5 \times 6{,}5 \times 6{,}5 = 6{,}5^7$

d. $\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^5$

3 Compléter.

a. $4^{-2} = \dfrac{1}{4^{2}} = \dfrac{1}{4\times4} = \dfrac{1}{16}$

b. $(-3)^{-4} = \dfrac{1}{(-3)^{4}} = \dfrac{1}{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)} = \dfrac{1}{81}$

4 Donner une écriture fractionnaire.

a. $9^{-3} = \dfrac{1}{9^3}=\dfrac{1}{9\times9\times9}=\dfrac{1}{729}$

b. $(-7)^{-1} = \dfrac{1}{(-7)^1}=\dfrac{1}{-7}=-\dfrac{1}{7}$

c. $0{,}6^{-2} = \dfrac{1}{0{,}6^2}=\dfrac{1}{0{,}6\times0{,}6}=\dfrac{1}{0{,}36}$

d. $(-2)^{-4} = \dfrac{1}{(-2)^4}=\dfrac{1}{(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)}=\dfrac{1}{16}$

★★

5 Calculer mentalement.

a. $2^3 = 8$ **b.** $300^1 = 300$ **c.** $(-3)^2 = 9$

d. $(-5)^0 = 1$ **e.** $(-1)^7 = -1$ **f.** $\left(\dfrac{1}{2}\right)^5 = \dfrac{1}{32}$

6 Calculer mentalement.

a. (-7) au carré : 49 **b.** 5 au cube : 125

7 $A = 3 + 2 \times 5^2 \quad B = 6^2 - 3^2 \quad C = 3 \times (-2)^3 - 4^2$

a. En utilisant la propriété : « Pour calculer une expression numérique sans parenthèses, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et divisions, enfin les additions et soustractions », entourer dans A, B et C le (ou les) calcul(s) à effectuer en premier.

b. Calculer A, B et C.

$A=3+2\times25=3+50=53$
$B=36-9=27$
$C=3\times(-8)-16=-24-16=-40$

8 $A = (-0{,}4)^{-1} \quad B = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2}$

Donner l'écriture fractionnaire simplifiée.

$A=\dfrac{1}{(-0{,}4)^1}=\dfrac{1}{-0{,}4}=-\dfrac{1\times10}{0{,}4\times10}=-\dfrac{10}{4}=-\dfrac{5}{2}$

$B=\dfrac{1}{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}=\dfrac{1}{\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}}=\dfrac{1}{\dfrac{2\times2}{3\times3}}=\dfrac{1}{\dfrac{4}{9}}=1\times\dfrac{9}{4}=\dfrac{9}{4}$

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... Note ..... / .....

FICHE

17 Propriétés des puissances

SOCLE

a et *b* désignent deux nombres relatifs.

- $a^2 \times a^3 = \underbrace{a \times a}_{\text{2 facteurs}} \times \underbrace{a \times a \times a}_{\text{3 facteurs}}$

  ainsi $\boldsymbol{a^2 \times a^3 = a^5}$.

- $(ab)^2 = ab \times ab$

  d'où $(ab)^2 = a \times a \times b \times b$

  ainsi $\boldsymbol{(ab)^2 = a^2 \times b^2}$.

- $\dfrac{a^2}{a^5} = \dfrac{a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = \dfrac{1}{a \times a \times a}$

  ainsi $\boldsymbol{\dfrac{a^2}{a^5} = \dfrac{1}{a^3} = a^{-3}}$ $(a \neq 0)$.

★

1 Compléter.

a. $6^2 \times 6^3 = 6\times6 \times 6\times6\times6 = 6^{5}$

b. $8^4 \times 8^2 = 8\times8\times8\times8 \times 8\times8 = 8^{6}$

c. $5 \times 5^3 = 5\times5\times5\times5 = 5^{4}$

d. $(-2)^2 \times (-2)^2 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = (-2)^{4}$

2 Écrire à l'aide d'une seule puissance.

a. $3^4 \times 3^2 = 3\times3\times3\times3\times3\times3 = 3^{6}$

b. $9^2 \times 9^3 = 9\times9\times9\times9\times9 = 9^{5}$

c. $(-4) \times (-4)^3 = (-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4) = (-4)^{4}$

d. $7^2 \times 7 \times 7^3 = 7\times7\times7\times7\times7\times7 = 7^{6}$

3 Compléter.

a. $\dfrac{5^6}{5^4} = \dfrac{5\times5\times5\times5\times5\times5}{5\times5\times5\times5} = 5^{2}$

b. $\dfrac{2^2}{2^5} = \dfrac{2\times2}{2\times2\times2\times2\times2} = \dfrac{1}{2^{3}} = 2^{-3}$

4 Écrire à l'aide d'une seule puissance.

a. $\dfrac{7^8}{7^5} = \dfrac{7\times7\times7\times7\times7\times7\times7\times7}{7\times7\times7\times7\times7} = 7^{3}$

b. $\dfrac{(-5)^2}{(-5)^4} = \dfrac{(-5)\times(-5)}{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)} = \dfrac{1}{(-5)^2} = (-5)^{-2}$

5 Compléter.

a. $(-3)^2 \times 5^2 = (-3) \times (-3) \times 5 \times 5$

$= (-3) \times 5 \times (-3) \times 5$

$= (-15) \times (-15) = (-15)^{2}$

b. $(7 \times 2)^3 = (7\times 2) \times (7\times 2) \times (7\times 2)$

$= 7\times7\times7 \times 2\times2\times2$

$= 7^{3} \times 2^{3}$

★★

6 Dans chaque cas, donner la réponse sous la forme d'une puissance de 3.

a. Quel est le triple de 3^5 ?

b. Quel est le tiers de 3^5 ?

c. Quel est le quotient du carré de 3 par le cube de 3 ?

d. Quel est le produit de 3^4 par l'inverse de 3 ?

e. Quel est le carré du carré de 3 ?

a. $3^5\times3=3\times3\times3\times3\times3\times3=3^6$

b. $\dfrac{3^5}{3}=\dfrac{3\times3\times3\times3\times3}{3}=3^4$

c. $\dfrac{3^2}{3^3}=\dfrac{3\times3}{3\times3\times3}=\dfrac{1}{3}=3^{-1}$

d. $3^4\times3^{-1}=3\times3\times3\times3\times\dfrac{1}{3}=3^3$

e. $(3^2)^2=3^2\times3^2=3\times3\times3\times3=3^4$

7 Chaque jour deux fois plus de personnes que la veille visionnent une vidéo.
Un jeudi, 2^{15} personnes ont vu cette vidéo.
Exprimer sous forme d'une puissance de 2 le nombre de personnes qui l'ont vue ou la verront :

a. la veille

b. le lendemain

c. le dimanche précédent

d. le dimanche suivant

a. $\dfrac{2^{15}}{2}=2^{14}$

b. $2^{15}\times2=2^{16}$

c. $\dfrac{2^{15}}{2\times2\times2\times2}=2^{11}$

d. $2^{15}\times2\times2\times2=2^{18}$

8 Calculer mentalement.

a. $2^4 \times 0{,}5^4 = 1$

b. $5^3 \times 2^3 = 1\,000$

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... Note ..... / .....

FICHE

18 Puissances de 10

SOCLE

- n désigne un nombre entier ($n \geqslant 1$).

$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0 \ldots 0}_{n \text{ zéros}}$ $\qquad 10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}0 \ldots 01}_{n \text{ chiffres}}$

- m et n désignent deux nombres entiers relatifs.

• $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$ • $\dfrac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$ • $(10^m)^n = 10^{m \times n}$

★

1 Donner l'écriture décimale.

a. $10^2 =$ 100 **b.** $10^3 =$ 1 000

c. $10^6 =$ 1 000 000 **d.** $10^9 =$ 1 000 000 000

2 Donner l'écriture décimale.

a. $10^{-1} =$ 0,1 **b.** $10^{-2} =$ 0,01

c. $10^{-3} =$ 0,001 **d.** $10^{-6} =$ 0,000 001

3 Écrire sous forme d'une puissance de 10.

a. 10 000 = 10^4 **b.** 0,000 01 = 10^{-5}

4 Écrire sous forme d'une puissance de 10.

a. cent mille : 10^5 **b.** cent millions : 10^8

c. un centième : 10^{-2} **d.** un dix-millième : 10^{-4}

5 Compléter par une puissance de 10.

a. 1 kg = 1 000 g donc 1 kg = 10^3 g.

b. 1 km = 10^6 mm **c.** 1 cm = 10^{-2} m

d. 1 hL = 10^2 L **e.** 1 mL = 10^{-3} L

6 Donner l'écriture décimale.

a. $2{,}35 \times 10 =$ 23,5 **b.** $15{,}8 \times 10^2 =$ 1 580

c. $0{,}2 \times 10^4 =$ 2 000 **d.** $4{,}16 \times 10^6 =$ 4 160 000

7 Donner l'écriture décimale.

a. $56{,}2 \times 10^{-1} =$ 5,62 **b.** $80 \times 10^{-4} =$ 0,008

c. $7{,}5 \times 10^{-2} =$ 0,075 **d.** $68 \times 10^{-6} =$ 0,000 068

★★

8 Écrire à l'aide d'une seule puissance de 10.

a. $10^4 \times 10^2 = 10^{4+2} = 10^6$

b. $10^5 \times 10^{-2} = 10^{5+(-2)} = 10^3$

c. $10^{-3} \times 10^{-5} = 10^{-3+(-5)} = 10^{-8}$

9 Écrire à l'aide d'une seule puissance de 10.

a. $\dfrac{10^9}{10^6} = 10^{9-6} = 10^3$

b. $\dfrac{10^2}{10^7} = 10^{2-7} = 10^{-5}$

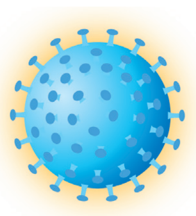
c. $\dfrac{10^3}{10^{-1}} = 10^{3-(-1)} = 10^4$

10 Écrire à l'aide d'une seule puissance de 10.

a. $(10^3)^2 = 10^{3 \times 2} = 10^6$

b. $(10^{-1})^3 = 10^{-1 \times 3} = 10^{-3}$

11 Le diamètre du virus de la grippe est 200 nanomètres, celui de la fièvre jaune est 2 centièmes de micromètre. Un nanomètre (nm) est un millionième de mm. Un micromètre (µm) est un millième de mm.



a. Exprimer ces diamètres en mm, sous la forme $a \times 10^n$ (a nombre décimal et n entier relatif).

b. Théo : « Le diamètre du virus de la grippe est dix fois plus gros que celui de la fièvre jaune». A-t-il raison ? Expliquer.

a. 200 nanomètres = 200×10^{-6} mm
2 centièmes de micromètre = $0{,}02 \times 10^{-3}$ mm
b. 200×10^{-6} mm = 0,000 2 mm
$0{,}02 \times 10^{-3}$ mm $\times 10 = 0{,}2 \times 10^{-3}$ mm
ou 0,000 2 mm. Donc Théo a raison.

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • ....

Note ..... / .....

FICHE
19 Écriture scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre décimal (non nul) est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$ où :
- a est un nombre décimal écrit avec **un seul chiffre autre que 0 avant la virgule**,
- n est un nombre entier relatif.

1 Entourer l'(les) écriture(s) scientifique(s).

3×10^{-6} $\quad 0{,}4 \times 10^2$ $\quad 29 \times 10^{-4}$ $\quad 1{,}8 \times 10^3$

2 On se propose de donner l'écriture scientifique du nombre 451,3.

a. Quel sera le chiffre avant la virgule ? 4

b. En déduire l'écriture scientifique de 451,3.

$4{,}513 \times 10^2$

3 On se propose de donner l'écriture scientifique du nombre 0,25.

a. Quel sera le chiffre avant la virgule ? 2

b. En déduire l'écriture scientifique de 0,25.

$2{,}5 \times 10^{-1}$

4 Donner l'écriture scientifique.

a. $17\,800 = 1{,}78 \times 10^4$ **b.** $32{,}56 = 3{,}256 \times 10$

c. $0{,}012 = 1{,}2 \times 10^{-2}$ **d.** $0{,}005 = 5 \times 10^{-3}$

5 On se propose de donner l'écriture scientifique du nombre $391{,}4 \times 10^{-6}$.

a. Quelle est l'écriture scientifique de 391,4 ?

$3{,}914 \times 10^2$

b. Remplacer 391,4 par la réponse trouvée en **a.** puis effectuer le produit des puissances de 10.

$391{,}4 \times 10^{-6} = 3{,}914 \times \underbrace{10^{2} \times 10^{-6}} = 3{,}914 \times 10^{-4}$

6 Donner l'écriture scientifique.

a. $450 \times 10^3 = 4{,}5 \times 10^2 \times 10^3 = 4{,}5 \times 10^5$

b. $0{,}075 \times 10^4 = 7{,}5 \times 10^{-2} \times 10^4 = 7{,}5 \times 10^2$

c. $0{,}001\,6 \times 10^{-2} = 1{,}6 \times 10^{-3} \times 10^{-2} = 1{,}6 \times 10^{-5}$

★★

7 Selon un article du FAO (2013) :

« Plus de **41 200 kg** de nourriture sont jetés chaque seconde dans le monde. Cela représente un gaspillage de **1,3 milliard** de tonnes d'aliments par an. Un quart de ces pertes serait suffisant pour nourrir les **870 millions** de personnes qui meurent encore de faim. »

Donner l'écriture scientifique de chaque nombre écrit en gras.

- $41\,200 = 4{,}12 \times 10^4$
- 1,3 milliard $= 1{,}3 \times 10^9$
- 870 millions $= 8{,}7 \times 10^2 \times 10^6 = 8{,}7 \times 10^8$

8 $A = 4 \times 10^5 \times 5 \times 10^{-2}$
$B = 0{,}25 \times 10^{-3} \times 1{,}2 \times 10^6$
Calculer A et B et donner leur écriture scientifique.

- $A = 20 \times 10^5 \times 10^{-2} = 20 \times 10^3$
  $A = 2 \times 10 \times 10^3 = 2 \times 10^4$
- $B = 0{,}3 \times 10^{-3} \times 10^6 = 0{,}3 \times 10^3$
  $B = 3 \times 10^{-1} \times 10^3 = 3 \times 10^2$

9 Quelle est l'écriture scientifique de $(4 \times 10^{-3})^2$?

$(4 \times 10^{-3})^2 = 4 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-3} = 16 \times 10^{-6}$
$= 1{,}6 \times 10 \times 10^{-6} = 1{,}6 \times 10^{-5}$

10 $A = \dfrac{7\,000\,000}{0{,}000\,35}$

Calculer A en utilisant des puissances de 10.
Donner son écriture scientifique.

$A = \dfrac{7 \times 10^6}{35 \times 10^{-5}} = \dfrac{7}{35} \times \dfrac{10^6}{10^{-5}} = \dfrac{1}{5} \times 10^{11}$

$A = 0{,}2 \times 10^{11} = 2 \times 10^{-1} \times 10^{11} = 2 \times 10^{10}$

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● ....
● .... ● .... ● .... ● .... ● ....

Note ..... / .....

FICHE
20 Avec la calculatrice

● Pour calculer une puissance d'un nombre, on utilise la touche :
• $x^■$ **(Casio *fx*-92 Collège 2D +)** *ou* • x^n **(TI-Collège Plus Solaire)**
● Pour multiplier un nombre par une puissance de 10, on utilise la touche :
• ×10^x **(Casio *fx*-92 Collège 2D +)** *ou* • ×10^n **(TI-Collège Plus Solaire)**

★

1 **a.** Entrer la séquence 2 $x^■$ 5 EXE
ou 2 x^n 5 entrer

• Quelle puissance de 2 calcule-t-on ? 2^5
• Quel résultat affiche la calculatrice ? 32

b. Entrer la séquence 5 $x^■$ SECONDE (–) Simp 2 EXE
ou 5 x^n (–) 2 entrer

• Quelle puissance de 5 calcule-t-on ? 5^{-2}
• Quel résultat affiche la calculatrice ? 0,04

c. Vérifier ces résultats à la main.
$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
$5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25} = 0{,}04$

2 Calculer à l'aide de la calculatrice.

a. $7^4 = 2\,401$ **b.** $(-1{,}5)^2 = 2{,}25$ **c.** $0{,}4^3 = 0{,}064$

d. $2^{-3} = 0{,}125$ **e.** $0{,}5^{-6} = 64$ **f.** $4^{-2} = 0{,}062\,5$

3 **a.** Entrer la séquence 625 ×10^x 3 EXE
ou 625 ×10^n 3 entrer

• Que calcule-t-on ? 625×10^3
• Quel résultat affiche la calculatrice ? 625 000

b. Pour obtenir l'écriture scientifique de ce nombre, entrer la séquence SECONDE $a \times 10^n$ X *ou* 2nde (entrer.
Quel résultat affiche la calculatrice ? $6{,}25 \times 10^5$

4 $A = 0{,}013 \times 10^5$ $B = 274 \times 10^{-4}$ $C = (3{,}7 \times 10^3)^2$
Avec la calculatrice, donner l'écriture décimale et l'écriture scientifique de chaque nombre.

	Écriture décimale	Écriture scientifique
A	1 300	$1{,}3 \times 10^3$
B	0,0274	$2{,}74 \times 10^{-2}$
C	13 690 000	$1{,}369 \times 10^7$

★★

5 L'arête d'un cube mesure $3{,}5 \times 10^{-2}$ m.
Donner, avec la calculatrice, l'écriture scientifique :

a. de l'aire A (en m²) d'une face du cube ;

b. du volume V (en m³) du cube.

a. $A = (3{,}5 \times 10^{-2})^2\ \text{m}^2 = 1{,}225 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$
b. $V = (3{,}5 \times 10^{-2})^3\ \text{m}^3 = 4{,}287\,5 \times 10^{-5}\ \text{m}^3$

6 Avec la calculatrice, dire si l'égalité est vraie.

a. $315^3 + 525^3 = 198^3 + 552^3$

b. $96{,}5 \times 10^{20} - 102 \times 10^{18} = 9{,}548 \times 10^{20}$

c. $\dfrac{0{,}5 \times (10^6)^2 \times 6 \times 10^{-6}}{8 \times 10^{-2}} = 3{,}75 \times 10^7$

a. Vrai. On trouve le même résultat 175 959 000.
b. Faux. $96{,}5 \times 10^{20} - 102 \times 10^{18} = 9{,}548 \times 10^{21}$
c. Vrai.

7 Elsa observe à midi une cellule de bambou au microscope.
Au bout d'une heure, la cellule s'est divisée en deux : on a alors deux cellules.
Au bout de deux heures, ces deux cellules se sont aussi divisées en deux.
Elsa note les résultats de ses observations toutes les heures. À quelle heure notera-t-elle, pour la première fois, plus de 2 000 cellules ?

Au bout de n heures, on compte 2^n cellules.
On cherche la plus petite puissance de 2 supérieure à 2 000.
Avec la calculatrice, on trouve :
$2^{10} = 1\,024$ et $2^{11} = 2\,048$
12 h + 11 h = 23 h
Elsa notera 2 048 cellules à 23 h.

FICHE

21 Perfectionnement

★★★

1 Donner mentalement l'écriture décimale de chaque nombre.

a. $10^3 - 10^{-1} = $ 999,9

b. $6 \times 10^2 + 3 \times 10^{-1} = $ 600,3

c. $(4 \times 10^{-2})^2 = $ 0,001 6

2 Le Rover Curiosity a atterri sur Mars le 6 août 2012.

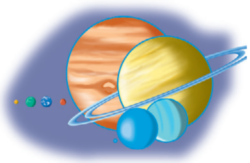
Dès 7 h 48 il a pris des photos et les a envoyées sous forme d'un signal.
Le temps (en s) mis par les images pour parvenir à la NASA est le quotient de la distance parcourue par ce signal (248×10^6 km) par sa vitesse moyenne (300 000 km/s).
À quelle heure les premières images sont-elles parvenues ? Donner la valeur approchée par excès à la minute près.

$\frac{248 \times 10^6}{300\,000} \approx 827$ s et $\frac{827 \text{ s}}{60} \approx 14$ min

7 h 48 + 14 min = 8 h 02

Les images sont parvenues à 8 h 02 environ.

3 **a.** Donner l'écriture scientifique des masses (en kg) des planètes du Système solaire.



Mercure	$0{,}33 \times 10^{24}$
Jupiter	$18{,}9 \times 10^{26}$
Terre	597×10^{22}
Mars	$6\,418 \times 10^{20}$

Vénus	$0{,}048\,7 \times 10^{26}$
Saturne	$5\,685 \times 10^{23}$
Uranus	$868{,}3 \times 10^{23}$
Neptune	$10\,243 \times 10^{22}$

b. Ranger ces masses par ordre décroissant.

a. Mercure : $3{,}3 \times 10^{23}$
Jupiter : $1{,}89 \times 10^{27}$
Terre : $5{,}97 \times 10^{24}$
Mars : $6{,}418 \times 10^{23}$
Vénus : $4{,}87 \times 10^{24}$
Saturne : $5{,}685 \times 10^{26}$
Uranus : $8{,}683 \times 10^{25}$
Neptune : $1{,}024\,3 \times 10^{26}$

b. Jupiter ; Saturne, Neptune, Uranus, Terre, Vénus, Mars, Mercure.

4 Le méthane est un gaz à effet de serre.

Dans une molécule de méthane, il y a un atome de carbone et quatre atomes d'hydrogène.
La masse d'un atome de carbone est $1{,}99 \times 10^{-23}$ g et celle d'un atome d'hydrogène $1{,}67 \times 10^{-24}$ g.
Calculer à la main la masse m d'une molécule de méthane. Vérifier à la calculatrice.

$m = 1{,}99 \times 10^{-23}\text{ g} + 1{,}67 \times 10^{-24}\text{ g} \times 4$
$m = 1{,}99 \times 10^{-23}\text{ g} + 6{,}68 \times 10^{-24}\text{ g}$
$m = 1{,}99 \times 10^{-23}\text{ g} + 6{,}68 \times 10^{-1} \times 10^{-23}\text{ g}$
$m = 1{,}99 \times 10^{-23}\text{ g} + 0{,}668 \times 10^{-23}\text{ g}$
$m = (1{,}99 + 0{,}668) \times 10^{-23}\text{ g} = 2{,}658 \times 10^{-23}\text{ g}$
La masse m est $2{,}658 \times 10^{-23}$ g.

1,99×10-23+1,67×▶
2,658×10^-23

5 Écrire avec une seule puissance de 10.

$A = \frac{10^{14} \times 10^{-8}}{10^{-2}}$ $B = 10^2 \times (10^{-3})^2$ $C = \frac{(10^{-1})^3 \times 10^4}{10^3}$

• $A = \frac{10^{14+(-8)}}{10^{-2}} = \frac{10^6}{10^{-2}} = 10^{6-(-2)} = 10^8$

• $B = 10^2 \times 10^{-3\times2} = 10^2 \times 10^{-6} = 10^{2+(-6)} = 10^{-4}$

• $C = \frac{10^{-1\times3} \times 10^4}{10^3} = \frac{10^{-3} \times 10^4}{10^3} = \frac{10^{-3+4}}{10^3}$

$C = \frac{10^1}{10^3} = 10^{1-3} = 10^{-2}$

6 $A = \frac{0{,}6 \times 10^4 \times 7 \times 10^{-5}}{4 \times 10^{-2}}$ $B = \frac{9 \times 10^{-3} \times 6 \times 10^4}{2 \times 10^3}$

Donner l'écriture décimale et l'écriture scientifique de chaque nombre.
Vérifier avec la calculatrice.

• $A = \frac{4{,}2 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-2}} = \frac{4{,}2}{4} \times \frac{10^{-1}}{10^{-2}} = 1{,}05 \times 10^1 = 10{,}5$
Écriture décimale : 10,5 ; scientifique : $1{,}05 \times 10$

• $B = \frac{54 \times 10}{2 \times 10^3} = \frac{54}{2} \times \frac{10}{10^3} = 27 \times 10^{-2} = 0{,}27$
Écriture décimale : 0,27 ; scientifique : $2{,}7 \times 10^{-1}$

FICHE 22

QCM et jeux

QCM

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

A	$(-3)^4$ est égal à…	81	-12	-81
B	4^{-3} est égal à…	$\frac{1}{64}$	-12	0,015 625
C	$\frac{10^5 \times (10^{-3})^2 \times 10^3}{10^2 \times 10^{-1}}$ est égal à…	$\frac{10^7}{10}$	$\frac{1}{10^{-1}}$	10
D	5×10^{-3} est égal à…	50^{-3}	$-5\ 000$	0,005
E	$2{,}5 \times 10^{-3}$ est l'écriture scientifique de…	$0{,}05^2$	$10^{-2} - 75 \times 10^{-4}$	$\frac{5 \times (10^2)^2 \times 7 \times 10^{-5}}{14 \times 10^2}$

jeu 1

Pour 3, le nombre 27 est le …

A : carré B : rectangle C : cône

D : cube E : parallélogramme.

Entourer la réponse exacte.

D'après *Kangourou des Mathématiques*

jeu 2

Compléter cette grille de nombres croisés à l'aide des définitions (un seul chiffre par case).

	1	2	3	4	5
A	7	8	1	2	5
B	1	3	0	4	9
C	4	0	0	0	■
D	8	0	0	1	6
E	1	0	0	■	4

Horizontal

A • 5^7

B • $1{,}3 \times 10^4 + 7^2$

C • $\frac{(0{,}4 \times 10^5)^2}{40 \times 10^4}$

D • $(2 + 10^4) \times 2^3$

E • $\frac{2\ 015^0}{10^{-2}}$

Vertical

1 • $(9^3 - 15) \times 10^2 + 3^4$

2 • $8{,}5 \times 10^4 - 2 \times 10^3$

3 • $\frac{(10^2)^3}{10^2}$

4 • $\frac{1}{7^{-4}}$

5 • $2 \times 5^2 + (1 - 4)^2$

• Puissance de 2

jeu 3

Sandrine, qui aime bien le chiffre 6, a créé un code à quatre chiffres pour son blog :

- le chiffre des unités est le chiffre des unités de 6^{66} ;
- le chiffre des milliers est le premier chiffre de 6^{66} ;
- entre eux, elle écrit le nombre de chiffres de 6^{66}.

Quel est son code ?

Réponse : 2526

• D'après cet écran :
– le 1er chiffre de 6^{66} est 2 ;
– $1 + 51 = 52$ donc le nombre de chiffres de 6^{66} est 52.

6^{66}

$2{,}28025032 \times 10^{51}$

• On remarque que le chiffre des unités des premières puissances de 6 est toujours 6 :
$6 \times 6 = 36$; $36 \times 6 = 216$…

jeu 4

En effectuant le calcul de $10^{2015} - 2015$, on obtient un très grand nombre entier.
Quelle est la somme des chiffres de ce nombre ?

Réponse : 18 128

$$\begin{array}{r} 1\overbrace{0000\ldots000000}^{2\,015 \text{ zéros}} \\ -\quad 2\,015 \\ \hline \underbrace{9999\ldots99}_{2\,011 \text{ « 9 »}}7985 \end{array}$$

$2\,011 \times 9 + 7 + 9 + 8 + 5 = 18\,128$

Chapitre 4

Calcul littéral

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE

23 Calculer la valeur d'une expression littérale

• Une **expression littérale** est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des **lettres**.

• **Calcul de l'expression** $A = 3a - 5$ pour $a = 4$:
• on remplace a par **4** : $A = 3 \times 4 - 5$
• on effectue les calculs : $A = 12 - 5 = 7$.

★

1 SOCLE On a demandé à Adèle de calculer la valeur de $A = 5x + 2$ pour $x = 4$.
Voici sa copie :

$A = \cancel{54} + 2 = 56$

a. Quelle erreur a été commise ?

Adèle a écrit 54 au lieu de 5 × 4.

b. À votre tour de calculer correctement.

$A = 5 \times 4 + 2 = 20 + 2 = 22$

2 Recopier les expressions ci-dessous en faisant apparaître les signes × sous-entendus.

a. $A = 4a + 7$ **b.** $B = -2(1 - 3x)$

$A = 4 \times a + 7$ $B = -2 \times (1 - 3 \times x)$

3 Voici ce qu'a écrit Nino :

$(1 - 2 \times x) \times (x - 5) - 2 \times 3$

Certains signes × ne sont pas nécessaires.
Réécrire l'expression de Nino en les évitant.

$(1 - 2x)(x - 5) - 2 \times 3$

4 SOCLE Dans chaque cas, remplacer x par -3 et calculer la valeur de l'expression.

a. $A = -2(4 - x)$ **b.** $B = 3x(2x - 5)$

a. $A = -2 \times (4 - (-3)) = -2 \times (4 + 3)$
$A = -2 \times 7 = -14$
b. $B = 3 \times (-3) \times (2 \times (-3) - 5) = -9 \times (-6 - 5)$
$B = -9 \times (-11) = 99$

★★

5 Voici un programme de calcul.

• Choisir un nombre.
• Calculer son double.
• Retrancher 6.

a. Quel résultat obtient-on si on choisit comme nombre de départ : • 3 ? • –5 ?

$3 \xrightarrow{\times 2} 6 \xrightarrow{-6} 0$ On obtient 0.

$-5 \xrightarrow{\times 2} -10 \xrightarrow{-6} -16$ On obtient –16.

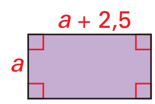
b. Si l'on note x le nombre choisi au départ, quel nombre obtient-on avec ce programme ?

$x \xrightarrow{\times 2} 2x \xrightarrow{-6} 2x - 6$ On obtient $2x - 6$.

3. Appliquer ce programme à $x = -0{,}5$.

$2 \times (-0{,}5) - 6 = -1 - 6 = -7$. On obtient –7.

6 a désigne un nombre positif. Les dimensions de ce rectangle sont exprimées en mètres.



a. Zoé a écrit son périmètre L en fonction de a.
$L = a + a + 2{,}5 + a + a + 2{,}5$
Parmi les expressions ci-dessous, entourer celle qui est correcte.
$L = 6{,}25 + 3a$ $\boxed{L = 4a + 5}$ $L = 4a + 2{,}5$

b. Calculer L pour : • $a = 0{,}6$ • $a = 1{,}5$

• pour $a = 0{,}6$:
$L = 4 \times 0{,}6 + 5$
$L = 2{,}4 + 5 = 7{,}4$

• pour $a = 1{,}5$:
$L = 4 \times 1{,}5 + 5$
$L = 6 + 5 = 11$

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... Note

• .... • .... • .... • .... • .... / .....

FICHE

24 Développer ; factoriser

x désigne un nombre relatif.

- **Développer**

A = $3(x+5)$ B = $x(2x+3)$

A = $3 \times x + 3 \times 5$ B = $x \times 2x + x \times 3$

A = $3x + 15$ B = $2x^2 + 3x$

- **Factoriser**

C = $6x - 8$ D = $5x + 6x^2$

C = $2 \times 3x - 2 \times 4$ D = $x \times 5 + x \times 6x$

C = $2(3x - 4)$ D = $x(5 + 6x)$

2 est un facteur commun. x est un facteur commun.

Développer →

Produit Somme algébrique

$k(a+b) = ka + kb$

← **Factoriser**

(k, a et b nombres relatifs)

★

1 Développer chaque expression.

a. A = $2(a+5)$ **b.** B = $4(2x-3)$

$A = 2 \times a + 2 \times 5$ .... $B = 4 \times 2x - 4 \times 3$ ....

$A = 2a + 10$ .... $B = 8x - 12$ ....

2 Recopier chaque expression en faisant apparaître un facteur commun, puis factoriser.

a. A = $6a + 15$ **b.** B = $12x - 4$

A = $3 \times$ ..$2a$.. $+ 3 \times$ ..5.. $B = 4 \times 3x - 4 \times 1$ ....

$A = 3(2a + 5)$ .... $B = 4(3x - 1)$ ....

c. C = $3x^2 + 8x$ **d.** D = $6b - 5b^2$

C = $x \times$ ..$3x$.. $+ x \times$ ..8.... $D = b \times 6 - b \times 5b$ ....

$C = x(3x + 8)$ .... $D = b(6 - 5b)$ ....

3 A = $10x^2 + 15x$

a. Factoriser A en mettant x en facteur.

$A = x \times 10x + x \times 15$ ....

d'où $A = x(10x + 15)$ ....

b. 10 et 15 sont des multiples de 5. En effet :

$10 = 5 \times$ ..2.. et $15 = 5 \times$ ..3..

$10x + 15 = 5 \times$ ..$2x$.. $+ 5 \times$ ..3.. $= 5(2x+3)$ ....

d'où A = $x \times$ $5(2x+3)$ c'est-à-dire $A = 5x(2x+3)$ ......

Finalement, on a factorisé A en mettant ..$5x$.. en facteur.

★★

4 Développer chaque expression.

a. A = a(a + 2) **b.** B = b(5 – 7b)

$A = a \times a + a \times 2$ .... $B = b \times 5 - b \times 7b$ ....

$A = a^2 + 2a$ .... $B = 5b - 7b^2$ ....

c. C = $2x(x-3)$ **d.** D = $-3y(1+2y)$

$C = 2x \times x - 2x \times 3$ ...... $D = -3y \times 1 + (-3y) \times 2y$ .....

$C = 2x^2 - 6x$ .... $D = -3y - 6y^2$ ....

5 Compléter.

a. $12a + 9 = 3($..$4a$.. $+$ ..3..$)$

b. $10x - 2 = 2($..$5x$.. $-$ ..1..$)$

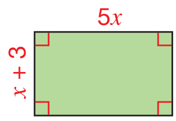
c. $8x^2 - 9x = x($..$8x$.. $-$ ..9..$)$

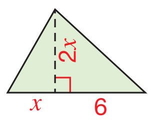
d. $3y + 6y^2 = 3y($..1.. $+$ ..$2y$..$)$

6 x désigne un nombre positif.

Écrire en fonction de x, sous forme d'un produit puis d'une somme :

a. l'aire A de ce rectangle **b.** l'aire B de ce triangle





a. $A = 5x(x+3)$ ← produit

$A = 5x \times x + 5x \times 3$

d'où $A = 5x^2 + 15x$ ← somme

b. $B = \dfrac{2 \times x \times (x+6)}{2} = x(x+6)$ ← produit

$B = x \times x + x \times 6$ d'où $B = x^2 + 6x$ ← somme

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● ....
● .... ● .... ● .... ● .... ● ....

Note ..... / .....

FICHE

25 Réduire une expression littérale

● **Réduire une somme algébrique** c'est l'écrire sous une forme plus simple.

● **Règles de suppression des parenthèses :**

• **Ajouter** une somme ou une différence revient à **ajouter** chacun de ses termes.

$A = 6x + (3x - 2) = 6x + 3x + (-2) = 6x + 3x - 2.$ Après réduction, $A = 9x - 2$.

• **Soustraire** une somme ou une différence revient à **soustraire** chacun de ses termes.

$B = 3x - (5x - 4) = 3x - 5x - (-4) = 3x - 5x + 4.$ Après réduction, $B = -2x + 4$.

★

1 Réduire chaque somme algébrique.

a. $A = 2a + 3a$

$A = (2+3) \times a$

$A = 5a$

b. $B = 10t^2 - 3t^2$

$B = (10-3) \times t^2$

$B = 7t^2$

2 On se propose de réduire $B = 5x - x$.

Compléter : $B = 5x - 1x = (5-1) \times x = 4x$

3 **a.** On se propose de réduire $A = 3x - 4 - x + 3$.

$A = \underbrace{3x - x}\ \underbrace{- 4 + 3}$ ← On regroupe les termes « en x » puis les termes « sans x ».

$A = (3-1) \times x - 1$ c'est-à-dire $A = 2x - 1$

b. Réduire $B = x^2 + 6x - 4x + 3x^2$.

$B = x^2 + 3x^2 + 6x - 4x$

$B = (1+3) \times x^2 + (6-4) \times x$ ou $B = 4x^2 + 2x$

4 $A = 2x + (5x - 3)$

a. Quel signe est placé devant la parenthèse ? +

b. On veut supprimer les parenthèses.

Compléter : $A = 2x + 5x + (-3)$

Réduire l'expression obtenue.

$A = 2x + 5x - 3$ d'où $A = 7x - 3$

5 $B = 5x - (3x - 4)$

a. Quel signe est placé devant la parenthèse ? −

b. On veut supprimer les parenthèses.

Compléter : $B = 5x - 3x - (-4)$

Réduire l'expression obtenue.

$B = 5x - 3x + 4$ d'où $B = 2x + 4$

★★

6 Chaque case de la pyramide se complète en ajoutant les nombres des deux cases du dessous. Compléter cette pyramide en réduisant chaque expression, comme on a commencé à le faire.

	$-x+2$		
	$5x-3$	$-6x+5$	
$3x-2$	$2x-1$	$-8x+6$	
$3-4x$	$7x-5$	$-5x+4$	$2-3x$

7 $A = 3x - 5 + (4x + 2) + (x - 7)$

Écrire A sans parenthèses, puis réduire l'expression obtenue.

$A = 3x - 5 + 4x + 2 + x + (-7)$

$A = 3x - 5 + 4x + 2 + x - 7$

$A = 8x - 10$

8 $B = 2x + 3 - (5x - 1)$

Écrire B sans parenthèses, puis réduire l'expression obtenue.

$B = 2x + 3 - 5x - (-1)$

$B = 2x + 3 - 5x + 1$

$B = -3x + 4$

9 Dans chaque cas, écrire l'expression sans parenthèses, puis réduire l'expression obtenue.

a. $C = 3x + 4(-5x + 3)$ **b.** $D = 5x - 3(2x - 1)$

a. $C = 3x + 4 \times (-5x) + 4 \times 3$

$C = 3x - 20x + 12$ d'où $C = -17x + 12$

b. $D = 5x - 3(2x + (-1))$

$D = 5x - 3 \times 2x + (-3) \times (-1)$

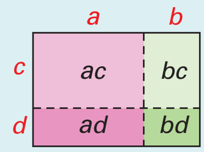
$D = 5x - 6x + 3$

d'où $D = -x + 3$

FICHE

26 Développer le produit $(a + b)(c + d)$

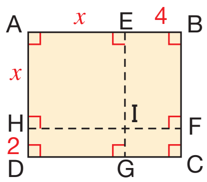
a, b, c et d désignent des nombres relatifs.
$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$



Ici a, b, c et d désignent des nombres positifs.

★

1 x désigne un nombre positif.



a. Exprimer AB et AD en fonction de x.

$AB = x + 4$ ..... $AD = x + 2$ ....

b. Exprimer l'aire $\mathscr{A}$ de ABCD en fonction de x sous forme d'un produit.

$\mathscr{A} = AB \times AD$ d'où $\mathscr{A} = (x + 4) \times (x + 2)$ ....

c. Exprimer l'aire $\mathscr{A}$ de ABCD en fonction de x sous forme d'une somme de quatre termes. Réduire l'expression obtenue.

$\mathscr{A} = x \times x + x \times 2 + 4 \times x + 4 \times 2$ ....

$\mathscr{A} = x^2 + 2x + 4x + 8$ ....

$\mathscr{A} = x^2 + 6x + 8$ ....

d. Calculer l'aire de ABCD pour $x = 5$.

$\mathscr{A} = (5 + 4) \times (5 + 2) = 9 \times 7 = 63.$ ....

2 Développer puis réduire $E = (x + 2)(3x + 4)$.

$E = x \times 3x + x \times 4 + 2 \times 3x + 2 \times 4$ ....

$E = 3x^2 + 4x + 6x + 8$ ....

$E = 3x^2 + 10x + 8$ ....

3 On se propose de développer $A = (2x - 3)(5x + 6)$.

a. Compléter par les facteurs qui conviennent.

$A = 2x \times 5x + 2x \times 6 + (-3) \times 5x + (-3) \times 6$

b. Réduire cette expression.

$A = 10x^2 + 12x + (-15x) + (-18)$ ....

$A = 10x^2 + 12x - 15x - 18$ ....

$A = 10x^2 - 3x - 18$ ....

★★

4 Jonas propose ce développement.

$$(3x - 1)(4x + 3) = 12x^2 + 13x - 3$$

a. Contrôler ce développement pour $x = 1$.

• $(3 \times 1 - 1) \times (4 \times 1 + 3) = (3 - 1) \times (4 + 3)$
On trouve $2 \times 7 = 14$.
• $12 \times 1^2 + 13 \times 1 - 3 = 12 \times 1 + 13 - 3$
On trouve $12 + 13 - 3 = 22$.
• $14 \neq 22$ donc Jonas s'est trompé.

b. À votre tour d'effectuer ce développement.

$A = (3x - 1)(4x + 3) = (3x + (-1))(4x + 3)$
$A = 3x \times 4x + 3x \times 3 + (-1) \times 4x + (-1) \times 3$
$A = 12x^2 + 9x - 4x - 3$
$A = 12x^2 + 5x - 3$

5 Emma propose ce développement.

$$(2x - 5)(x + 7) = x^2 + 9x - 35$$

a. Marwan : « Je vois qu'il y a une erreur en regardant le terme en x^2 ». Comment fait-il ?

Il effectue mentalement $2x \times x$ et trouve $2x^2$. ....

b. À votre tour d'effectuer ce développement.

$B = (2x - 5)(x + 7) = (2x + (-5))(x + 7)$
$B = 2x \times x + 2x \times 7 + (-5) \times x + (-5) \times 7$
$B = 2x^2 + 14x - 5x - 35$
$B = 2x^2 + 9x - 35$

6 Développer $C = (x - 4)(3x + 2)$.

$C = (x + (-4))(3x + 2)$
$C = x \times 3x + x \times 2 + (-4) \times 3x + (-4) \times 2$
$C = 3x^2 + 2x - 12x - 8$
$C = 3x^2 - 10x - 8$

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE

27 Utiliser le calcul littéral

★

1 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Retrancher 5.
- Multiplier par 3.
- Retrancher le triple du nombre choisi.

1. a. Réaliser ce tableau à l'aide d'un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Nombre choisi	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
2	Résultat	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15	-15

b. Parmi les deux formules ci-dessous, entourer celle qu'on saisit en cellule B2 avant de la recopier vers la droite.

- =B1–5*3–B1*3
- =(B1–5)*3–B1*3

c. Compléter la feuille de calcul.

Que remarque-t-on ? On obtient toujours –15.

2. Démontrer cette conjecture. Pour cela, noter x le nombre choisi au départ et calculer le résultat.

• x • $x-5$ • $(x-5)\times 3 = 3x - 15$
Résultat : $3x - 15 - 3x = -15$
Le résultat ne dépend pas du nombre choisi au départ. Quel que soit ce nombre, on obtient –15.

2 Voici deux programmes de calcul.

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre.	• Choisir un nombre.
• Ajouter 2.	• Ajouter 3.
• Multiplier par –2.	• Prendre l'opposé.
• Soustraire 2.	• Multiplier par 2.

a. Appliquer chaque programme à 7 puis à –4. Que remarque-t-on ?

b. La remarque précédente est-elle valable quel que soit le nombre choisi ? Expliquer.

a. Programme A — Programme B
• 7 • 9 • –18 • –20 — • 7 • 10 • –10 • –20
• –4 • –2 • 4 • 2 — • –4 • –1 • 1 • 2
On trouve les mêmes résultats avec A et avec B.
b. On note x le nombre choisi au départ.
Programme A : • x • $x+2$ • $-2x-4$ • $-2x-6$
Programme B : • x • $x+3$ • $-x-3$ • $-2x-6$
Les deux programmes donnent le même résultat.

★★

3 Oscar : « En ajoutant trois nombres entiers consécutifs, on trouve un multiple de 3 ».

1. Tester l'affirmation d'Oscar sur deux exemples.

a. $2+3+4=9$ et $9=3\times 3$

b. $51+52+53=156$ et $156=52\times 3$

2. On note n un nombre entier.

a. Exprimer en fonction de n :

- le nombre qui précède n : $n-1$
- le nombre qui suit n : $n-1$
- la somme des trois nombres : $n-1+n+n+1$

On trouve $3n$.

b. Conclure.

La somme de trois nombres entiers consécutifs est égale au triple du 2ᵉ nombre. Oscar a raison.

4 Juliette doit calculer 2 001 × 1 999.
« Inutile de prendre ta calculatrice, lui dit Martin, tu n'as qu'à élever 2 000 au carré et soustraire 1 ».

a. Effectuer le calcul proposé par Martin. Vérifier que le résultat est bien 2 001 × 1 999.

$2\,000^2 - 1 = 4\,000\,000 - 1 = 3\,999\,999$,

et $2\,001 \times 1\,999 = 3\,999\,999$

b. Martin propose la conjecture suivante : $(n+1)(n-1) = n^2 - 1$ (n étant un nombre entier). Prouver qu'elle est vraie (quel que soit n).

On développe $N = (n+1)(n-1)$.
$N = (n+1)(n+(-1))$
$N = n\times n + n\times(-1) + 1\times n + 1\times(-1)$
$N = n^2 - n + n - 1$
Donc $N = n^2 - 1$
La conjecture de Martin est vraie.

c. Calculer mentalement 71 × 69.

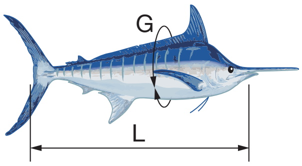
$71\times 69 = 70^2 - 1 = 4\,900 - 1 = 4\,899$

FICHE

28 Perfectionnement

★★★

1 La masse M d'un marlin, exprimée en livre anglaise (une livre anglaise correspond à 454 g), est donnée par la formule :



$$M = \frac{G^2 \times L}{2{,}54^3 \times 800}$$

où G est le tour de taille du poisson (en cm) et L sa longueur (en cm) sans le rostre.
Donner, en kg, une valeur approchée à l'unité près de la masse d'un marlin pour lequel

G = 1,40 m et L = 2,30 m.

On convertit : G = 140 cm et L = 230 cm.
On applique la formule.
Avec la calculatrice, on trouve :

$\frac{140^2 \times 230}{2{,}54^3 \times 800}$ 343,868798

M ≈ 344 livres anglaises.
454 g = 0,454 kg
M ≈ 344 × 0,454
d'où M ≈ 156 kg.
Ce marlin pèse environ 156 kg.

2 Sur un site de vente en ligne, on lit, à propos de ce verre, de forme conique :

Vérifier que la contenance indiquée correspond bien aux dimensions données.
Le volume d'un cône est donné par la formule
$\mathcal{V} = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$ (r : rayon de la base ; h : hauteur).

r = 9,1 cm : 2 = 4,55 cm
$\mathcal{V} = \frac{\pi \times 4{,}55^2 \times 12}{3} = 82{,}81 \times \pi \text{ cm}^3$
d'où $\mathcal{V} \approx 260 \text{ cm}^3$.
260 cm³ = 0,26 dm³ = 0,26 L = 26 cL.
26 cL est proche de 25 cL
La contenance est conforme aux données.

3 Aux États-Unis, on mesure les températures en degrés Fahrenheit. Pour convertir en degrés Fahrenheit (°F) une température donnée en degrés Celsius (°C), on utilise la formule :

T(°F) = 1,8 T(°C) + 32.

1. Convertir en °F une température de 12°C.

1,8 × 12 °C + 32 = 53,6 °F d'où 12 °C = 53,6 °F

2. a. Créer un convertisseur de température Celsius / Fahrenheit avec cette feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	T (°C)	-10	0	12	20	37	100	175
2	T (°F)	14	32	53,6	68	98,6	212	347

Avant de la recopier vers la droite, quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 ? *=1,8*B1+32*

b. Compléter alors cette feuille de calcul.

4 **1.** Développer et réduire A = $(x - 3)(2x + 3)$.

2. Calculer la valeur de A pour :

a. $x = 3$ **b.** $x = 0$

1. $A = (x - 3)(2x + 3)$
$A = 2x^2 + 3x - 6x - 9$ d'où $A = 2x^2 - 3x - 9$
2. a. $A = (3 - 3)(2 \times 3 + 3) = 0 \times 9 = 0$
b. $A = 2 \times 0^2 - 3 \times 0 - 9 = -9$

5 Voici un extrait d'un ouvrage de Nicolo Fontana, dit Tartaglia, mathématicien italien (1499-1557), et ses traductions en français avec les notations actuelles.

a multiplicar	5 co.
fia	3 co.
fara	15 ce.

$5x \times 3x = 15x^2$

a Summar	13	piu	7 co.
con	12	men	3 co.
fara	25	piu	4 co.

$(13 + 7x) + (12 - 3x) = 25 + 4x$

Compléter et traduire en langage actuel :

a multiplicar	7 co.
fia	6 co.
fara	*42 ce.*

$7x \times 6x = 42x^2$

a Summar	9	men	12 co.
con	3	piu	5 co.
fara	*12*	*men*	*7 co.*

$(9 - 12x) + (3 + 5x) = 12 - 7x$

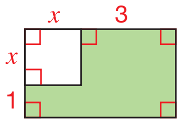
FICHE 29

QCM et jeux

QCM

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

A	L'expression réduite de $2(x-5)-3(2x+1)$ est…	$2x-10-6x-3$	$-4x-13$	$-4x-7$
B	Une expression factorisée de $6x-12x^2$ est…	$6(x-2x^2)$	$x(6-12x)$	$6x(1-2x)$
C	L'expression développée et réduite de $(2x-3)(3x+4)$ est…	$6x^2+17x-12$	$5x^2-12$	$6x^2-x-12$
D	x désigne un nombre positif. L'aire de la surface colorée est… 	$(x+3)(x+1)-x^2$	$3(x+1)+x$	$1(x+3)+3x$
E	L'expression réduite de l'aire de la surface colorée sur la figure de la question D est…	$3x+3+x$	$-x^2+6x+3$	$4x+3$

jeu 1

Celia a créé une nouvelle opération, dont le signe est @ : *a* @ *b* = *ab* + *a* + *b* (*a* et *b* désignent deux nombres relatifs).

a. Vérifier que 2 @ 5 = 17.

b. Trouver la valeur de :

• 3 @ 10 • 0 @ 2 • 5 @ 1 • –2 @ 7 • –4 @ (–5)

a. • 2 @ 5 = 2 × 5 + 2 + 5 = 17
b. • 3 @ 10 = 3 × 10 + 3 + 10 = 43
0 @ 2 = 0 × 2 + 0 + 2 = 2
5 @ 1 = 5 × 1 + 5 + 1 = 11
–2 @ 7 = –2 × 7 + (–2) + 7 = –9
–4 @ (–5) = –4 × (–5) + (–4) + (–5) = 11

jeu 2

Dans chaque case de ce « carré latin » se trouve une lettre P, E, N, T ou A.
Une lettre ne peut se trouver qu'une seule fois dans chaque ligne ou dans chaque colonne.
Compléter ce carré.

P	N	A	E	T
E	A	T	P	N
A	T	P	N	E
N	P	E	T	A
T	E	N	A	P

Info
Les carrés latins sont sans doute à l'origine du Sudoku.

jeu 3

Un palindrome est un mot ou un nombre lisible dans les deux sens, comme LAVAL ou 5 335.
Le 21 02 2012 est une date palindrome.
Quelles sont les six prochaines dates palindromes ?

• 02 02 2020 • 12 02 2021
• 22 02 2022 • 03 02 2030
• 13 02 2031 • 23 02 2032

jeu 4

Les lettres K, O et W représentent trois chiffres différents.
Quelle est la valeur de K, de O et de W pour que l'addition soit juste ?

$$\begin{array}{cccc} & & O & K \\ + & & K & O \\ \hline & W & O & W \end{array}$$

D'après *Kangourou des Mathématiques*

Réponse : K = 9 O = 2 W = 1

• W est une retenue, donc W = 1.
• En ajoutant OK et KO, on obtient un multiple de 11. En effet :
10 × O + K + 10 × K + O = 11 × O + 11 × K
= 11 × (O + K)
Le seul multiple de 11 ayant 1 comme chiffre des centaines est 121. Donc O = 2.
• Par conséquent K = 9. 29 + 92 = 121

Équations du 1er degré

Chapitre 5

CALCUL MENTAL	• …………	• …………	• …………	• …………	• …………	Note
	• …………	• …………	• …………	• …………	• …………	….. / …..

FICHE

30 Vocabulaire. Résolution de problèmes

Exemple : x est l'**inconnue** de l'équation ci-contre.
Le nombre **5** est **solution** de cette équation.
En effet : $3 \times 5 - 4 = 15 - 4 = 11$
$2 \times 5 + 1 = 10 + 1 = 11$

$$\underbrace{3x - 4}_{\text{Membre de gauche}} = \underbrace{2x + 1}_{\text{Membre de droite}}$$

★

1 On considère l'équation $5 - 4a = 7 + a$.

a. Comment se nomme l'inconnue ? *a*

b. Pour savoir si le nombre **3** est solution, compléter :

$5 - 4 \times 3 = 5 - 12 = -7$

$7 + 3 = 10$

Donc **3** *n'est pas solution de l'équation.*

c. Le nombre $-0,4$ est-il solution ?

$5 - 4 \times (-0,4) = 5 + 1,6 = 6,6$

$7 + (-0,4) = 7 - 0,4 = 6,6$

Donc $-0,4$ est solution de l'équation.

2 Parmi les équations ci-dessous, entourer celles dont le nombre **2** est solution.

- $\frac{1}{2}x - 3 = 2x - 6$
- $3t + 1 = 7t$
- $2(3 - a) = 5a - 8$
- $2y - (y + 1) = 1$

3 On considère l'équation :

$$t - (2t - 1) = 6 - 2t$$

Parmi par les nombres ci-dessous, entourer celui (ou ceux) qui est (sont) solution(s) de cette équation.

- 1
- 0
- -1
- 5

4 Écrire une équation d'inconnue b :

a. dont une solution est le nombre -1,

Par exemple $b + 1 = 0$ ou $2b - 5 = 7b$ ou…

b. dont une solution est le nombre $\frac{1}{2}$.

Par exemple $2b = 1$ ou $4b - 2 = 0$ ou…

★★

5 SOCLE Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 2.
- Soustraire 10 au résultat.

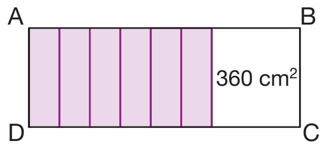
Après avoir appliqué ce programme de calcul, Samy a trouvé 16.
Malheureusement, il a oublié le nombre qu'il avait choisi au départ.
Compléter pour retrouver ce nombre.

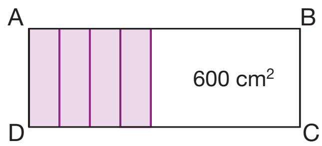
$$13 \xrightarrow{\times 2} 26 \xrightarrow{-10} 16$$

$$13 \xleftarrow{:2} 26 \xleftarrow{+10} 16$$

Samy a choisi le nombre *13* au départ.

6 SOCLE Voici deux partages différents d'un même rectangle ABCD.





Chaque petit rectangle violet a la même aire.
Quelle est cette aire en cm² ?

2 rectangles violets ont pour aire :
$600\ \text{cm}^2 - 360\ \text{cm}^2$
c'est-à-dire $240\ \text{cm}^2$.
Donc un rectangle violet a pour aire $240\ \text{cm}^2 : 2$
c'est-à-dire $120\ \text{cm}^2$.

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... Note ..... / .....

FICHE

31 Résolution algébrique d'équations du 1er degré

Résoudre une équation c'est trouver toutes ses solutions.
Pour résoudre une équation du 1er degré, on utilise les règles suivantes :
- lorsqu'on **additionne** (ou **soustrait**) un même nombre à chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité ;
- lorsqu'on **multiplie** (ou **divise**) par un même nombre non nul chaque membre d'une égalité, on obtient une nouvelle égalité.

★

1 **1.** Voici la copie d'Élise :

Si x est un nombre tel que $x - 7 = 5$,
alors $x - 7 + 7 = 5 + 7$.

a. Quelle propriété Élise a-t-elle utilisée ?

En ajoutant 7 à chaque membre de l'égalité $x - 7 = 5$
on obtient une nouvelle égalité.

b. Quelle valeur de x, Élise a-t-elle trouvée ?

$x - 7 + 7 = 5 + 7$ c'est-à-dire $x = 12$.

2. Trouver le nombre y tel que $3 + y = -4$.

$3 + y - 3 = -4 - 3$ c'est-à-dire $y = -7$.

2 Compléter.
Si y est un nombre tel que $5y = 7$,

alors $5y : 5 = 7 : 5$

soit $y = 1{,}4$

3 Compléter.
Si t est un nombre tel que $\frac{1}{4}t = 7$,

alors $\frac{1}{4}t \times 4 = 7 \times 4$

soit $t = 28$

4 Compléter.
Si a est un nombre tel que $2a + 11 = 5$,

alors $2a + 11 - 11 = 5 - 11$

$2a = -6$

$2a : 2 = -6 : 2$

$a = -3$

★★

5 Compléter la résolution de l'équation
$5x - 5 = x + 1$

1re étape : $5x - 5 - x = x + 1 - x$

$4x - 5 = 1$

$4x - 5 + 5 = 1 + 5$

$4x = 6$

$4x : 4 = 6 : 4$

$x = 1{,}5$

2e étape : on vérifie que 1,5 est solution.

$5 \times 1{,}5 - 5 = 7{,}5 - 5 = 2{,}5$

$1{,}5 + 1 = 2{,}5$

3e étape : on conclut.

1,5 est la solution de l'équation $5x - 5 = x + 1$.

6 Résoudre l'équation $6x + 8 = 3x - 19$.

1re étape : $6x + 8 - 3x = 3x - 19 - 3x$

$3x + 8 = -19$

$3x + 8 - 8 = -19 - 8$

$3x = -27$

$3x : 3 = -27 : 3$

$x = -9$

2e étape : Vérification

$6 \times (-9) + 8 = -54 + 8 = -46$

$3 \times (-9) - 19 = -27 - 19 = -46$

3e étape : Conclusion
Donc -9 est la solution
de l'équation $6x + 8 = 3x - 19$.

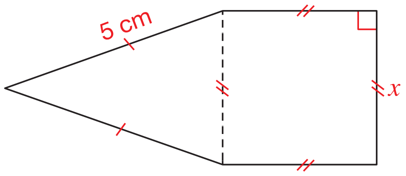
FICHE
32 Mettre un problème en équation

Lorsque la résolution d'un problème conduit à une équation, souvent on distingue les quatre étapes ci-contre.

① Choix de l'inconnue
② Mise en équation
③ Résolution de l'équation
④ Conclusion

★

1 Sur cette figure, le côté du carré a une longueur variable notée x en cm.



Émilie doit résoudre le problème suivant: « Pour quelle valeur de x, le périmètre de cette figure est-il égal à 100 cm ? »

a. Parmi ces équations entourer celle qui traduit ce problème.

- $4x + 10 = 100$
- $3x + 10 = 100$
- $5 + 2x = 50$
- $10 + 5x = 100$

b. Résoudre cette équation et indiquer à Émilie la réponse à son problème.

$3x + 10 - 10 = 100 - 10$
$3x = 90$
$3x : 3 = 90 : 3$
$x = 30$

$$30 \xrightarrow{\times 3} 90 \xrightarrow{+10} 100 \qquad 100 \xrightarrow{-10} 90 \xrightarrow{:3} 30$$

Avec un carré de côté 30 cm, le périmètre de la figure est 100 cm.

2 « Je choisis un nombre, je lui ajoute 20. Je multiplie le résultat par 3 et j'obtiens 27. Quel nombre ai-je choisi ? »

a. Compléter ce schéma pour résoudre ce problème.

$$-11 \xrightarrow{+20} 9 \xrightarrow{\times 3} 27 \qquad 27 \xrightarrow{:3} 9 \xrightarrow{-20} -11$$

Le nombre que j'ai choisi est -11.

b. Quelle équation aurait-on pu écrire pour résoudre le problème ? Préciser l'inconnue.

On cherche le nombre x choisi tel que $3(x+20) = 27$.

★★

3 Aurélien pose la devinette suivante:

« Quel nombre faut-il choisir pour que son double augmenté de 5 soit égal à son triple diminué de 7 ? »

① **Choix de l'inconnue**
Que cherche-t-on dans cette devinette ?

On cherche le nombre à choisir.
On note n cette inconnue.

② **Mise en équation**
Exprimer en fonction de n:

- le double de n: $2n$
- le double de n augmenté de 5: $2n+5$
- le triple de n: $3n$
- le triple de n diminué de 7: $3n-7$

Quelle équation traduit cette devinette ?

$2n + 5 = 3n - 7$

③ **Résoudre l'équation**

Voici deux méthodes

$2n+5+7 = 3n-7+7$	$2n+5-3n = 3n-7-3n$
$2n+12 = 3n$	$-n+5 = -7$
$2n+12-2n = 3n-2n$	$-n+5-5 = -7-5$
$12 = n$	$-n = -12$
	$n = 12$

④ **Conclusion**
Conclure par une phrase en donnant la réponse à la devinette d'Aurélien.

12 est le seul nombre dont le double augmenté de 5 est égal au triple diminué de 7.

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • ....
• .... • .... • .... • .... • ....
Note ..... / .....

FICHE
33 Perfectionnement

★★★

1 Augustus de Morgan est un mathématicien anglais né au début du XIXe siècle.

Quand on lui demandait son année de naissance, il répondait :
« J'ai eu x ans en l'an x^2 ».

a. Exprimer en fonction de x l'année de naissance de Augustus de Morgan.

Son année de naissance est la différence entre l'année où il a eu x ans et son âge x ans, c'est-à-dire la différence entre l'année x^2 et son âge x, soit $x^2 - x$.

b. Avec un tableur, réaliser cette feuille de calcul. Compléter la colonne A par les nombres entiers de 0 à 100.

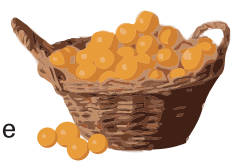
	A	B
1	x	$x^2 - x$
2	0	
3	1	

c. Dans la cellule B2 taper la formule =A2^2–A2.
La recopier vers le bas jusqu'à la ligne 102.

d. Utiliser ce tableau pour donner l'année de naissance de Augustus de Morgan.

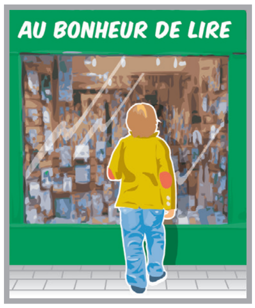
Il est né en 1806. On peut vérifier qu'il a eu 43 ans en l'année 43^2 soit 1849.

2 Léa achète 3 kg de prunes et Jérémy en achète 2,5 kg.
Léa paie 2,25 € de plus que Jérémy.
Quel est le prix d'un kilogramme de ces prunes ?



3 kg – 2,5 kg = 0,5 kg donc 0,5 kg de prunes coûte 2,25 €. Donc 1 kg de prunes coûte 2 x 2,25 € c'est-à-dire 4,50 €.

3 Avec ses économies, Maxime veut acheter des livres. Ils sont tous au même prix.
S'il en achète 7, il lui manque 0,80 €.
S'il en achète 5, il lui reste 3,60 €.
On se propose de déterminer le prix en euros d'un de ces livres.



1. a. Si le prix de l'un de ces livres est 3 €, calculer de deux façons différentes le montant des économies de Maxime.

7 × 3 € – 0,80 € = 20,20 €

5 × 3 € + 3,60 € = 18,60 €

b. Le prix de l'un de ces livres est-il 3 € ?

20,20 € ≠ 18,60 € donc un livre ne coûte pas 3 €.

2. ① **Choix de l'inconnue** : on note x le prix en euros de l'un de ces livres.

② **Mise en équation**
Expliquer pourquoi ce problème se traduit par l'équation $7x - 0{,}8 = 5x + 3{,}6$.

7 livres coûtent $7x$ euros ; il lui manque 0,80 € donc ses économies sont $(7x - 0{,}8)$ euros.

5 livres coûtent $5x$ euros ; il lui reste 3,60 € donc ses économies sont $(5x + 3{,}6)$ euros.

③ **Résoudre l'équation**

$7x - 0{,}8 = 5x + 3{,}6$

$7x - 0{,}8 - 5x = 5x + 3{,}6 - 5x$

$2x - 0{,}8 = 3{,}6$

$2x - 0{,}8 + 0{,}8 = 3{,}6 + 0{,}8$

$2x = 4{,}4$

$2x : 2 = 4{,}4 : 2$

$x = 2{,}2$

④ **Conclusion**

Le prix d'un livre acheté par Maxime est de 2,20 €.

FICHE 34

QCM et jeux

QCM

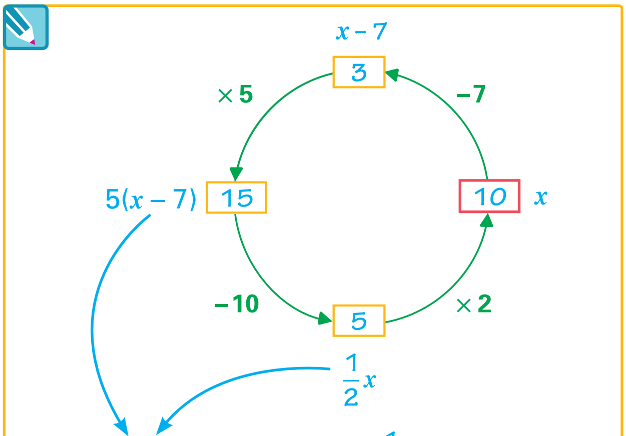
Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

A	Une équation est par exemple…	$2 - 5 = 1 - 4$	$2(x - 1) + 3x - 1$	$2p - 1 = 4p - 3$
B	$\frac{1}{2}$ est une solution de l'équation…	$4x - 3 = 3 - 8x$	$2(t - 1) = 4(1 - 2t)$	$2a^2 + a - 1 = 0$
C	Si x est un nombre tel que $2x - 1 = 3x + 5$, alors $-x - 1 = 5$. En effet,…	on a ajouté $3x$ à chaque membre	on a retranché $3x$ à chaque membre	on a retranché $2x$ à chaque membre
D	Pour résoudre l'équation $2x + 9 = 3 - 4x$, on peut écrire successivement…	$6x + 9 = 3$ $6x = -6$ $x = -1$	$2x + 6 = -4x$ $6 = -6x$ $x = -1$	$2x = -6 - 4x$ $6x = -6$ $x = -1$
E	Rachel possède 25 CD qu'elle a achetés au même prix. Si chaque CD coûtait 2 € de moins, elle aurait pu en acheter 5 de plus. Pour connaître le prix de chaque CD on peut résoudre l'équation…	$25 + x = 30 - 2x$	$25x = 30x - 2$	$25x = 30(x - 2)$

jeu 1

Compléter chaque case par le nombre qui convient.



On doit avoir $5(x - 7) - 10 = \frac{1}{2}x$ en notant x le nombre dans la case rouge.

$5x - 35 - 10 = 0,5x$

$5x - 45 = 0,5x$

$5x - 45 - 0,5x = 0,5x - 0,5x$

$4,5x - 45 = 0$

$4,5x - 45 + 45 = 0 + 45$

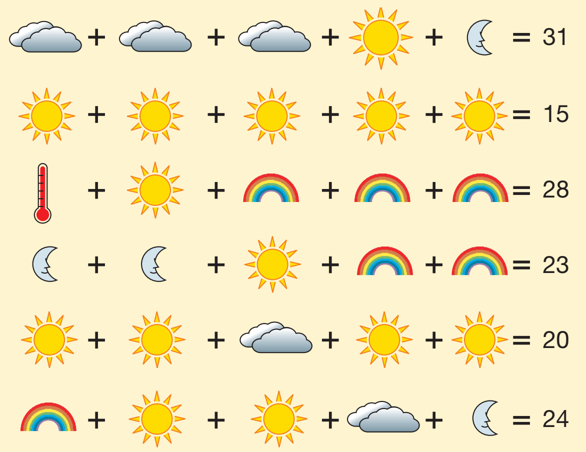
$4,5x = 45$

$4,5x : 4,5 = 45 : 4,5$

$x = 10$

jeu 2

Chaque symbole représente toujours un même nombre. Retrouver ces nombres.



2ᵉ ligne : $= 15 : 5 = 3$.

5ᵉ ligne : $= 20 - 12 = 8$.

1ʳᵉ ligne : $= 31 - 24 - 3 = 4$.

6ᵉ ligne : $= 24 - 6 - 8 - 4 = 6$.

3ᵉ ligne : $= 28 - 18 - 3 = 7$.

L'égalité de la 4ᵉ ligne est bien vraie :
$2 \times 4 + 3 + 2 \times 6 = 23$.

Chapitre 6

Ordre et opérations

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE

35 Comparer des nombres relatifs

- $a < b$ se lit « a est **strictement inférieur** à b ».
- $a > b$ se lit « a est **strictement supérieur** à b ».
- $a \leqslant b$ se lit « a est **inférieur ou égal** à b ».
- $a \geqslant b$ se lit « a est **supérieur ou égal** à b ».

★

1 Compléter ce tableau.

En français	Inégalité
x est inférieur ou égal à 3	$x \leqslant 3$
x est strictement inférieur à 6	$x < 6$
y est strictement positif	$y > 0$
y est supérieur ou égal à –8	$y \geqslant -8$

2 Entourer des valeurs possibles de x.

a. x désigne un nombre tel que $x > 2$.

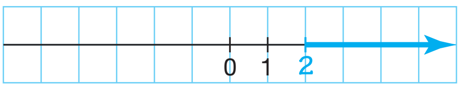
• –5 • 5 • 1,99 • 2 • 2,01 • 0 • 3

b. x désigne un nombre tel que $-3 \geqslant x$.

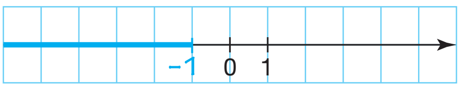
• –5 • –2,99 • 5 • –3 • –3,01 • –2 • 0

3 Dans chaque cas, colorer sur la droite graduée l'ensemble des points dont l'abscisse x vérifie :

a. $x \geqslant 2$

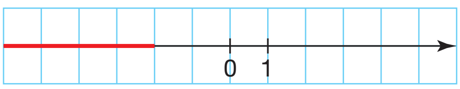


b. $x \leqslant -1$



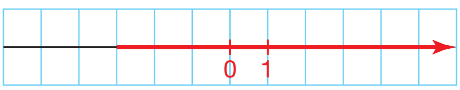
4 Écrire une inégalité vérifiée par l'abscisse x des points situés sur la partie colorée en rouge.

a.



$x \leqslant -2$

b.



$x \geqslant -3$

★★

5 Dire si l'inégalité est vraie pour $y = 5$.

a. $2y > 10$ **b.** $-4y < 13 - 6y$

a. $2y = 2 \times 5 = 10$ donc l'inégalité est fausse.

b. $-4y = -4 \times 5 = -20$

$13 - 6y = 13 - 6 \times 5 = 13 - 30 = -17$.

$-20 < -17$ donc l'inégalité est vraie.

6 Entourer les valeurs de x pour lesquelles l'inégalité $2x - 1 \geqslant 2 + x$ est vraie.

• – 6 • 10 • – 1 • $\frac{1}{2}$ • 4 • 3

7 Dans chaque cas, calculer les deux produits en croix puis décider si les nombres A et B sont égaux ou non.

a. $A = \frac{138}{78}$ et $B = \frac{161}{91}$. **b.** $A = \frac{182}{22}$ et $B = \frac{119}{14}$.

a. $138 \times 91 = 12\,558$ et $161 \times 78 = 12\,558$.

Les produits en croix sont égaux donc A = B.

b. $182 \times 14 = 2\,548$ et $119 \times 22 = 2\,618$.

Les produits en croix ne sont pas égaux donc $A \neq B$.

8 **a.** La calculatrice permet-elle de décider si les quotients $A = \frac{1}{7}$ et $B = \frac{1\,428\,571\,429}{9\,999\,999\,999}$ sont égaux ?

b. Donner les chiffres des unités des produits en croix puis décider si A et B sont égaux.

a. La calculatrice ne permet pas décider.

Elle affiche 0,142 857 142 9 pour A et B.

b. $1 \times 9\,999\,999\,999$: chiffre des unités 9.

$7 \times 1\,428\,571\,429$: chiffre des unités 3

Les produits en croix n'ont pas le même chiffre des unités, ils ne sont donc pas égaux.

Donc $A \neq B$.

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE

36 Inégalités et signe de la différence

a et *b* désignent des nombres relatifs.

- Si $\boldsymbol{a > b}$, alors $\boldsymbol{a - b > 0}$.
- Si $\boldsymbol{a - b > 0}$, alors $\boldsymbol{a > b}$.

Pour comparer deux nombres relatifs, on peut étudier le signe de leur différence.

★

1 *a* et *b* sont deux nombres. Compléter.

a. Si $a > 7$ alors $a - 7$ ..$>$.. 0.

b. Si $b > -1$ alors $b - (-1)$ ..> 0.. .

c. Si $7 < b$ alors ..$0 <$.. $b - 7$.

2 **a.** Calculer $\frac{10}{3} - \frac{17}{5}$.

$\frac{10 \times 5}{3 \times 5} - \frac{17 \times 3}{5 \times 3} = \frac{50}{15} - \frac{51}{15} = -\frac{1}{15}$

b. En déduire la comparaison de $\frac{10}{3}$ et $\frac{17}{5}$.

$\frac{10}{3} - \frac{17}{5} < 0$ donc $\frac{10}{3} < \frac{17}{5}$

3 x et y sont deux nombres tels que $x - y < -3$.
- Que peut-on dire du signe de $x - y$?
- Comparer alors x et y.

$x - y$ est négatif c'est-à-dire $x - y < 0$

$x - y < 0$ donc $x < y$

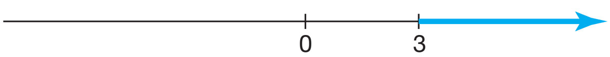
4 x et y sont deux nombres tels que $x - y \geqslant 2$.
- Que peut-on dire du signe de $x - y$?
- Comparer alors x et y.

$x - y$ est positif c'est-à-dire $x - y > 0$

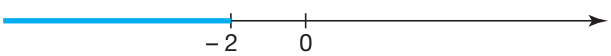
$x - y > 0$ donc $x > y$

5 Colorer les points dont l'abscisse x vérifie :

a. $x - 3 > 0$



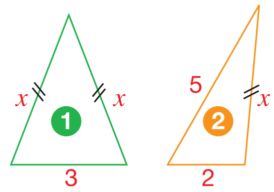
b. $x - (-2) < 0$



c. $1 - x > 0$

★★

6 x désigne un nombre strictement supérieur à 4.



a. Exprimer en fonction de x les périmètres P_1 et P_2 de ces deux figures.

- $P_1 = 2x + 3$
- $P_2 = x + 7$

b. Exprimer en fonction de x la différence $P_1 - P_2$.

$P_1 - P_2 = 2x + 3 - (x + 7)$

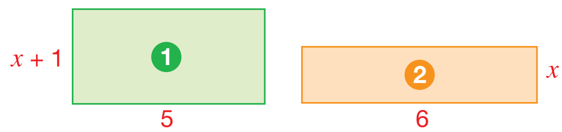
$P_1 - P_2 = 2x + 3 - x - 7 = x - 4$

c. En déduire la comparaison de P_1 et P_2.

$x > 4$ donc $x - 4 > 0$ c'est-à-dire $P_1 - P_2 > 0$

et donc $P_1 > P_2$.

7 x désigne un nombre positif.



a. Exprimer en fonction de x les aires A_1 et A_2 des deux rectangles.

b. Exprimer en fonction de x la différence $A_2 - A_1$.

c. Mentalement dire quelle figure a la plus grande aire lorsque : • $x = 10$ • $x = 3$ • $x = 5$.

d. Pour quelles valeurs de x l'aire A_2 est-elle strictement supérieure à l'aire A_1 ?

a. • $A_1 = 5(x + 1)$ • $A_2 = 6x$
b. $A_2 - A_1 = 6x - 5(x + 1) = 6x - 5x - 5 = x - 5$
c. • Pour $x = 10$; $A_2 > A_1$.
• Pour $x = 3$; $A_1 > A_2$.
• Pour $x = 5$; $A_2 = A_1$.
d. L'aire A_2 est strictement supérieure à l'aire A_1 si x est strictement supérieur à 5.
En effet si $x > 5$ alors $x - 5 > 0$ et $A_2 > A_1$.

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● ....

Note ..... / .....

FICHE

37 Ordre et addition, soustraction

SOCLE

a, *b*, *c* désignent des nombres relatifs.

- Les nombres $a + c$ et $b + c$ sont rangés dans le **même ordre** que *a* et *b*.
Ainsi, si $a < b$, alors $a + c < b + c$.
- Les nombres $a - c$ et $b - c$ sont rangés dans le **même ordre** que *a* et *b*.
Ainsi, si $a < b$, alors $a - c < b - c$.

★

1 Compléter par < ou >.

a. $\pi + 7$ .. > .. $\pi + 3$ **b.** $\pi - 8$ .. < .. $\pi - 6$

c. $13 - \pi$ .. < .. $20 - \pi$ **d.** $1 + \pi$ .. > .. $-3 + \pi$

2 *n* désigne un nombre tel que $n < 7$.
Compléter.

a. $n + 3 < 7$ .. +3 .. donc $n + 3$ .. < 10 .. .

b. $n - 2 < 7$ .. − 2 .. donc $n - 2$ .. < 5 .. .

3 On sait que $x > 10$. Que peut-on dire de :

a. $x - 4$? **b.** $x + 6$?

$x - 4 > 10 - 4$ .... $x + 6 > 10 + 6$ ....

C'est-à-dire $x - 4 > 6$ ... C'est-à-dire $x + 6 > 16$ ......

4 Dans chaque cas, compléter les phrases.

a. Si $x + 5 \geqslant 2$ alors $x + 5 - 5$ .. ⩾ .. 2 .. − 5 ..

donc x .. ⩾ −3 .. .

b. Si $x - 6 < 4$ alors $x - 6 + 6$ .. < .. 4 .. + 6 ..

donc x .. < 10 .. .

5 Dans chaque cas, que peut-on dire de *m* ?

a. $m + 8 \leqslant 2$.

$m + 8 - 8 \leqslant 2 - 8$ c'est-à-dire $m \leqslant -6$ ....

b. $3 > m - 4$.

$3 + 4 > m - 4 + 4$ c'est-à-dire $7 > m$ ou $m < 7$ ....

c. $m + 1{,}7 \geqslant -6{,}5$.

$m + 1{,}7 - 1{,}7 \geqslant -6{,}5 - 1{,}7$ c'est-à-dire $m \geqslant -8{,}2$ ....

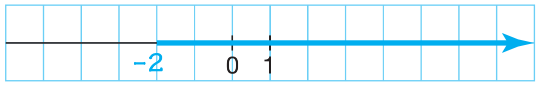
★★

6 Relier les inégalités qui ont la même signification.

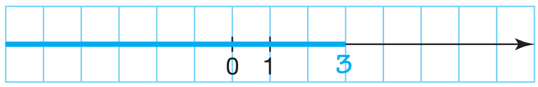
$y - 3 < 2$ •	• $y + 2 > 8$
$y + 4 > 1$ •	• $5 > y$
$y < -2$ •	• $-3 < y$
$6 < y$ •	• $y - 4 < -6$

7 Dans chaque cas, colorer sur la droite graduée l'ensemble des points dont l'abscisse *x* vérifie :

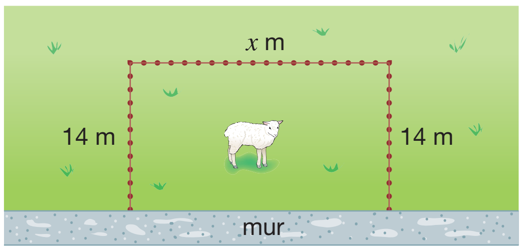
a. $x + 8 > 6$ .... $x + 8 - 8 > 6 - 8$ soit $x > -2$ ....



b. $x - 1 < 2$ .... $x - 1 + 1 < 2 + 1$ soit $x < 3$ ....



8 Anaïs veut réaliser l'enclos rectangulaire représenté ci-dessous en rouge, pour son mouton.



x désigne la longueur, en m, du futur enclos.
Anaïs dispose de moins de 70 m de clôture.
Quelles sont les valeurs possibles de *x* ?

- Une longueur est positive donc $x > 0$.
- $x + 14 + 14 < 70$ c'est-à-dire $x + 28 < 70$
$x + 28 - 28 < 70 - 28$
$x < 42$
- *x* est un nombre compris entre 0 et 42.

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... Note ..... / .....

FICHE

38 Ordre et multiplication

a, b, c désignent des nombres relatifs.

- Lorsque c est **strictement positif**, les nombres ac et bc sont rangés dans **le même ordre** que a et b.
Ainsi, si $c > 0$ et $a < b$, alors $ac < bc$.
- Lorsque c est **strictement négatif**, les nombres ac et bc sont rangés dans **l'ordre contraire** de a et b.
Ainsi, si $c < 0$ et $a < b$, alors $ac > bc$.

★

1 Compléter.

a. Si $3x \geqslant 15$ alors $\frac{1}{3} \times 3x$ ..$\geqslant$.. $\frac{1}{3} \times 15$

c'est-à-dire x ..$\geqslant 5$.. .

b. Si $-0{,}5y < 8$ alors $(-2) \times (-0{,}5y)$ ..$>$.. $(-2) \times 8$.

c'est-à-dire y ..> -16.. .

c. Si $\frac{1}{4}a \leqslant -3$ alors $4 \times \frac{1}{4}a$ ..$\leqslant 4 \times$.. (-3)

c'est-à-dire a ..$\leqslant -12$.. .

d. Si $-10b > -7$ alors $\frac{1}{-10} \times (-10b)$ ..$< \frac{1}{-10} \times$.. (-7)

c'est-à-dire b ..$< 0{,}7$.. .

2 y désigne un nombre tel que $y > -18$.
Que peut-on dire alors de :

a. $6y$? **b.** $-\frac{1}{6}y$? **c.** $-2y$? **d.** $\frac{1}{3}y$?

a. $6 \times y > 6 \times (-18)$ donc $6y > -108$.
b. $-\frac{1}{6} \times y < -\frac{1}{6} \times (-18)$ donc $-\frac{1}{6}y < 3$.
c. $-2 \times y < -2 \times (-18)$ donc $-2y < 36$.
d. $\frac{1}{3} \times y > \frac{1}{3} \times (-18)$ donc $\frac{1}{3}y > -6$

3 Dans chaque cas que peut-on dire de x ?

a. $4x < 6$ **b.** $12 < -5x$ **c.** $-9 \geqslant \frac{1}{7}x$

a. $\frac{1}{4} \times 4x < \frac{1}{4} \times 6$
c'est-à-dire $x < 1{,}5$.
b. $\left(-\frac{1}{5}\right) \times 12 > \left(-\frac{1}{5}\right) \times (-5x)$
$-2{,}4 > x$ c'est-à-dire $x < -2{,}4$.
c. $7 \times (-9) \geqslant 7 \times \frac{1}{7}x$
$-63 \geqslant x$ c'est-à-dire $x \leqslant -63$.

★★

4 Relier les inégalités qui ont la même signification.

$0{,}2n < 1{,}2$ •	• $n > 6$
$-0{,}5n < -3$ •	• $n < -5$
$-n < 5$ •	• $-5 < n$
$-10 > 2n$ •	• $n < 6$

5 Amélie affirme : « J'ai choisi un nombre et je l'ai multiplié par – 4. Le résultat était strictement supérieur à 50 ».

a. Le nombre choisi par Amélie peut-il être :
• 20 ? • –100 ?

b. On note x le nombre choisi par Amélie.
Traduire l'affirmation d'Amélie par une inégalité.

c. Quel nombre Amélie a-t-elle pu choisir ?

a. • $-4 \times 20 = -80$ et $-80 < 50$.
• $-4 \times (-100) = 400$ et $400 > 50$.
• Amélie a pu choisir -100 mais elle n'a pas pu choisir 20.
b. $-4x > 50$.
c. $-4x > 50$ donc $-\frac{1}{4} \times (-4x) < -\frac{1}{4} \times 50$
c'est-à-dire $x < -12{,}5$.
Amélie a choisi un nombre strictement inférieur à $-12{,}5$.

6 x désigne un nombre relatif tel que $x > 2$.

a. Que peut-on dire du signe de x ?

b. Expliquer pourquoi $x^2 > 2x$.

a. x est un nombre positif.
b. $x > 2$ donc $x \times x > x \times 2$.
c'est-à-dire $x^2 > 2x$.

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● ....
● .... ● .... ● .... ● .... ● ....

Note ..... / .....

FICHE

39 Encadrements, troncatures et arrondis

● a et b désignent deux nombres relatifs tels que $a < b$.
Un encadrement de x par a et b est : $a \leqslant x \leqslant b$. Cet encadrement est **d'amplitude** $b - a$.

● **La troncature** à l'unité (ou au dixième ou …) d'un nombre a est **la valeur approchée par défaut** à l'unité près (ou au dixième près ou …) de a.

● **L'arrondi** à l'unité (ou au dixième ou …) d'un nombre a est celle des deux valeurs approchées par défaut et par excès à l'unité près (ou au dixième près ou …) qui est **la plus proche** de a.

★

1 Voici les températures relevées à 8 h par les six stations météo d'une ville.

1   1,5   2   0,4   1,2   1,3

a. On note t l'une de ces températures.

Donner un encadrement de t. $0,4 \leqslant t \leqslant 2$ ....

b. Quelle est l'amplitude de cet encadrement ?

$2 - 0,4 = 1,6$ donc l'amplitude est 1,6. ....

2 À l'aide de cette copie d'écran compléter ces encadrements de $A = \frac{59}{7}$.

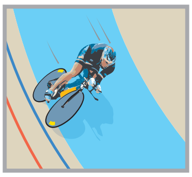
DEG
59:7
8,428571429

a. Amplitude 1 : $8 < A <$ ...9...

b. Amplitude 0,1: ..8,4... $< A < 8,5$

c. Amplitude 0,01 : $8,425 < A <$ 8,435

3 Le 6 décembre 2013 le français François Pervis a établi le record du monde du 200 m à vélo en 9,347 s.



1. a. Donner la valeur approchée de 9,347 :

● par défaut à l'unité près : ..9..

● par excès à l'unité près : ..10.. .

b. ● La troncature à l'unité de 9,347 est : ..9.. .

● L'arrondi à l'unité de 9,347 est : ..9.. .

2. a. Donner la valeur approchée au centième près de 9,347 :

● par défaut : ..9,34..   ● par excès : ..9,35.. .

b. ● La troncature au centième de 9,347 est : ..9,34.. .

● L'arrondi au centième de 9,347 est : ..9,35.. .

★★

4 La livre anglaise est une unité de masse.
1 livre = 453,592 37 g.
Compléter ce tableau qui concerne 453,592 37.

	Troncature	Arrondi
À l'unité	...453...	...454...
Au dixième	..453,5..	..453,6..

5 Un cercle a pour longueur 40 cm.

a. Donner la valeur exacte de son rayon r (en cm).

b. Avec la calculatrice donner un encadrement de r d'amplitude : ● 0,1   ● 0,01

c. Donner l'arrondi au dixième de r.

a. $2\pi r = 40$.
$\frac{1}{2\pi} \times 2\pi r = \frac{1}{2\pi} \times 40$ d'où $r = \frac{20}{\pi}$ cm.
b. • $6,3 < r < 6,4$ • $6,36 < r < 6,37$.
c. L'arrondi au dixième de r est 6,4 cm.

6 **a.** Donner l'arrondi au centième du prix P d'une bouteille, en €.

b. Donner un encadrement de P d'amplitude 0,01.

a. $\frac{7}{12} \approx 0,583$ donc $P \approx 0,58$ €.
b. $0,58 < P < 0,59$.

7 L'arrondi à l'unité d'un nombre x est 6.
Compléter cet encadrement au dixième de x.

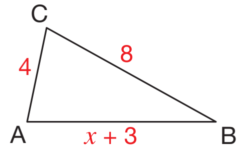
..........$5,5 \leqslant x < 6,5$..................................

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE
40 Perfectionnement

★★★

1 x est un nombre positif. On se propose de déterminer les valeurs de x pour lesquelles le triangle ABC existe.

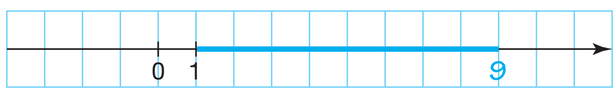


a. On suppose que [BC] est le côté le plus long. Écrire l'inégalité triangulaire puis une inégalité vérifiée par x.
En déduire les valeurs possibles de x.

b. Reprendre la question précédente en supposant que [AB] est le côté le plus long.

a. BC < BA + AC c'est-à-dire $8 < x + 3 + 4$.
$8 < x + 7$
$8 - 7 < x + 7 - 7$
$1 < x$
b. AB < AC + CB c'est-à-dire $x + 3 < 4 + 8$.
$x + 3 < 12$
$x + 3 - 3 < 12 - 3$
$x < 9$

c. Colorer sur la droite graduée l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles le triangle ABC existe.



2 **a.** x est un nombre tel que $13x - 50 > 200$.
- Que peut-on dire de $13x$?
- Que peut-on alors dire de x ?

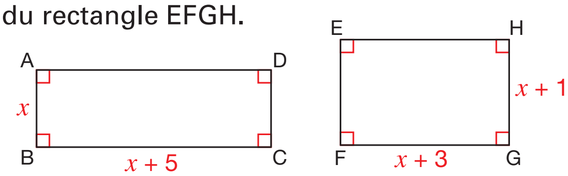
b. Héloïse a payé 50 € pour pouvoir vendre des bracelets à 13 € pièce sur un marché d'artisans. Combien doit-elle vendre de bracelets pour que son bénéfice soit strictement supérieur à 200 € ?

a. • $13x - 50 > 200$
$13x - 50 + 50 > 200 + 50$
$13x > 250$
• $\frac{1}{13} \times 13x > \frac{1}{13} \times 250$
$x > \frac{250}{13}$
b. On note x le nombre minimum de bracelets que doit vendre Héloïse.
x vérifie l'inégalité $13x - 50 > 200$
d'où $x > \frac{250}{13}$. Or $\frac{250}{13} \approx 19{,}23$ donc Héloïse doit vendre au minimum 20 bracelets.

3 Retrouver le nombre mystère ▲ sachant que :
① l'arrondi à l'unité de 10 × ▲ est 178 ;
② ▲ vérifie l'inégalité $-5x + 3 < -86{,}1$;
③ 100 × ▲ est un nombre entier divisible par 4.

• D'après ① $177{,}5 \leqslant 10 \times ▲ < 178{,}5$
Donc $\frac{1}{10} \times 177{,}5 \leqslant \frac{1}{10} \times 10 \times ▲ < \frac{1}{10} \times 178{,}5$.
C'est-à-dire $17{,}75 \leqslant ▲ < 17{,}85$.
• ② $-5x + 3 < -86{,}1$
Donc $-5x + 3 - 3 < -86{,}1 - 3$.
$-5x < -89{,}1$
$-\frac{1}{5} \times (-5x) > -\frac{1}{5} \times (-89{,}1)$
$x > 17{,}82$
D'où $17{,}82 < ▲ < 17{,}85$.
• $100 \times 17{,}82 < 100 \times ▲ < 100 \times 17{,}85$
C'est-à-dire $1\,782 < 100 \times ▲ < 1\,785$.
D'après ③ 100 × ▲ est divisible par 4.
Or 1 784 est divisible par 4.
Donc 100 × ▲ = 1 784
▲ = 17,84

4 x désigne un nombre positif.
On note A_1 l'aire du rectangle ABCD et A_2 l'aire du rectangle EFGH.



a. Exprimer A_1 et A_2 en fonction de x.

b. Développer les expressions de A_1 et A_2.

c. Exprimer en fonction de x la différence $A_1 - A_2$.

d. Pour quelles valeurs de x a-t-on $A_1 > A_2$?

a. • $A_1 = x(x + 5)$
• $A_2 = (x + 3)(x + 1)$
b. • $A_1 = x^2 + 5x$
• $A_2 = x^2 + x + 3x + 3 = x^2 + 4x + 3$.
c. $A_1 - A_2 = x^2 + 5x - (x^2 + 4x + 3)$
$A_1 - A_2 = x^2 + 5x - x^2 - 4x - 3$
$A_1 - A_2 = x - 3$.
d. Si $A_1 > A_2$ alors $A_1 - A_2 > 0$.
C'est-à-dire $x - 3 > 0$ ou $x > 3$.
x doit être strictement supérieur à 3.

FICHE 41

QCM et jeux

QCM

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

A	L'inégalité $3x - 5 > 7 - x$ est vraie pour…	$x = -4$	$x = 3$	$x = 4$
B	Si $x - 7 \leqslant 4$ alors…	$x - 10 \leqslant 1$	$x + 2 \leqslant 13$	$x \leqslant 11$
C	Si $-2x < 6$ alors…	$x < -3$	$x > -3$	$-10x < 30$
D	$A = \dfrac{60}{17}$ alors…	l'arrondi à l'unité de A est 4	un encadrement d'amplitude 0,1 de A est $3{,}5 < A < 3{,}6$	l'arrondi à l'unité et la troncature à l'unité de A sont égaux
E	L'arrondi au centième d'un nombre B est 8,6 alors…	$B < 8{,}6$	$8{,}55 \leqslant B < 8{,}65$	$-2B < -17$

jeu 1

Les cases de la grille contiennent uniquement les chiffres 1 et 2.
Les lignes et les colonnes de la grille définissent huit nombres de 4 chiffres.
Ces nombres sont tous différents.
Ils sont classés du plus petit au plus grand.
Ce classement est indiqué à l'extérieur de la grille.
À vous de retrouver les positions des 1 et des 2.

	5ᵉ	2ᵉ	8ᵉ	1ᵉʳ
3ᵉ	1	1	2	1
7ᵉ	2	1	2	1
6ᵉ	2	1	1	1
4ᵉ	1	2	1	1

D'après *« 5 jeux de chiffres »*

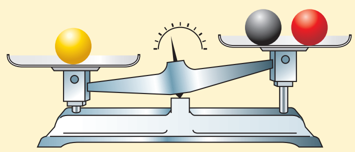
jeu 2

Quel est le plus petit nombre entier de 6 chiffres dont la somme des chiffres est 35 ?

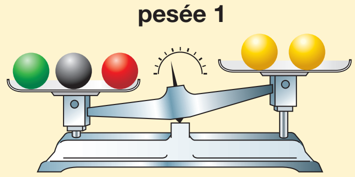
Réponse : *107 999*

jeu 3

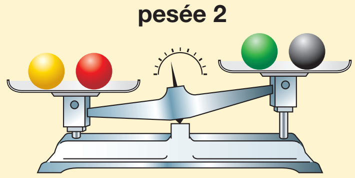
Les deux billes jaunes ont la même masse.
À l'aide de ces trois pesées, classer les masses de chacune de ces billes par ordre croissant.



pesée 1



pesée 2



pesée 3

Réponse : *Noir ; Rouge ; Jaune ; Vert.*

Pesée 1 : J > N + R
Donc **J > N** *et* **J > R**.
Pesée 2 : V + N + R > J + J
Avec J > N + R *on obtient :*
V + N + R > J + N + R
V + N + R − N − R > J + N + R − N − R
C'est-à-dire **V > J**.
Pesée 3 : J + R > V + N.
Avec V > J *on obtient :*
J + R > J + N
J + R − J > J + N − J
C'est-à-dire **R > N**.

Proportionnalité

Chapitre 7

CALCUL MENTAL	•	•	•	•	•	Note
	•	•	•	•	•	..... / .....

FICHE

42 Déterminer une quatrième proportionnelle

SOCLE

Pour calculer la quatrième proportionnelle x de ce tableau de proportionnalité on peut utiliser :

Volume (en L)	5	13
Masse (en kg)	4	x

$x = 10{,}4$

- **l'égalité des produits en croix :**
  $5 \times x = 4 \times 13$
- **un coefficient de proportionnalité**

Volume (en L)	5	13
Masse (en kg)	4	x

$\times\, 0{,}8$

- **un rapport de linéarité**

$\times\, 2{,}6$

Volume (en L)	5	13
Masse (en kg)	4	x

★

1 Chez un traiteur, le prix à payer pour un plat de poisson est proportionnel à la masse de poisson achetée. Maxime a payé 15 € pour 120 g. On se propose de déterminer le prix payé par Noé qui achète 224 g de ce plat.

Masse (en g)	① 120	③ 224
Prix (en €)	② 15	④ x

a. Compléter les cases ①, ② et ③ de ce tableau.

b. Noter x dans la case ④. Écrire l'égalité des produits en croix pour ce tableau.

$120 \times x = 15 \times 224$

c. Calculer la valeur de x, puis faire une phrase pour interpréter le résultat.

$x = \dfrac{15 \times 224}{120} = \dfrac{3360}{120} = 28.$ Noé paiera 28 €.

2 35 boîtes identiques pèsent 21 kg.
On se propose de savoir combien pèsent 60 boîtes et 150 boîtes.

a. Compléter les cases jaunes de ce tableau de proportionnalité.

Masse (en g)	35	60	150
Prix (en €)	21	36	90

$\times\, 0{,}6$

b. Compléter les autres cases et conclure.

$60 \times 0{,}6 = 36$ et $150 \times 0{,}6 = 90.$

60 boîtes pèsent 36 kg et 150 boîtes pèsent 90 kg.

★★

3 Des amis sont en voyage au Canada.
Faysal a changé 40 € contre 56 dollars canadiens.
Matteo change 90 €.
Combien de dollars canadiens aura-t-il ?

$56 : 40 = 1{,}4$
donc pour 1 € on a 1,40 dollar canadien.
$90 \times 1{,}4 = 126$
donc Matteo aura 126 dollars canadiens.

4 Kim a payé 27 € pour ces bracelets.
Zoé veut acheter 7 de ces bracelets.
Combien devra-t-elle payer ?

27 € $: 6 = 4{,}50$ € et $7 \times 4{,}50$ € $= 31{,}50$ €.

Donc Zoé devra payer 31,50 €

5 Une usine peut fabriquer 26 ballons en 4 heures.
Combien de ballons fabriquera cette usine en 30 jours si elle fonctionne 6 heures par jour ?

30×6 h $= 180$ h

Durée (en h)	4	180
Nombre de pièces	26	x

$4 \times x = 26 \times 180$

$x = \dfrac{26 \times 180}{4} = \dfrac{4\,680}{4} = 1\,170.$

En 30 jours, cette usine peut fabriquer 1 170 ballons.

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... Note ..... / .....

FICHE

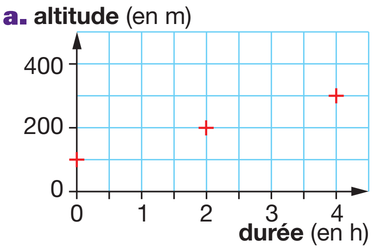
43 Proportionnalité et représentation graphique

Dans un repère une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par des **points alignés avec l'origine** du repère.

★

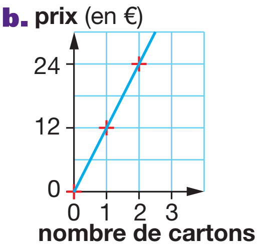
1 Dans chaque cas, dire si le graphique représente une situation de proportionnalité.

a.



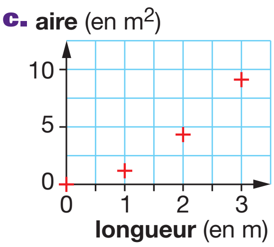
Non

b.



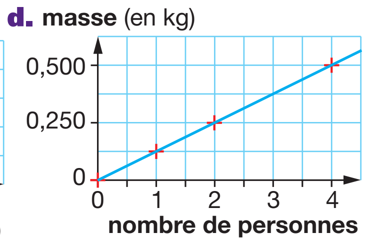
Oui

c.



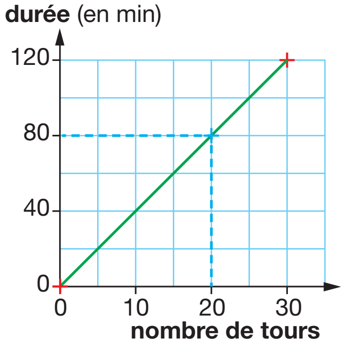
Non

d.



Oui

2 **a.** La durée et le nombre de tours de manège sont proportionnels.
Avec la règle, estimer la durée pour faire 20 tours.



Pour faire 20 tours, il faut 80 minutes.

b. Retrouver ce résultat par le calcul.

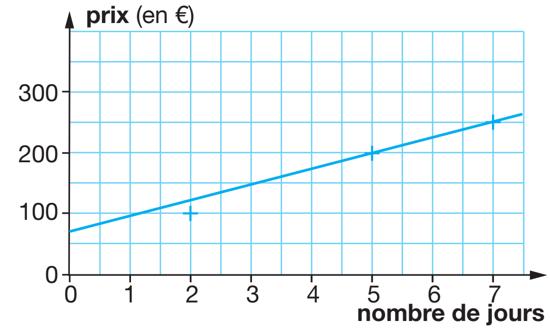
On lit que 30 tours durent 120 min.
120 min : 30 = 4 min.
Donc un tour dure 4 minutes.
20 × 4 min = 80 min
Donc 20 tours durent 80 min.

★★

3 Voici les prix des forfaits dans une station de ski.

2 jours – 100 €
5 jours – 200 €
7 jours – 250 €

a. Représenter ces prix en fonction du nombre de jours de ski.



b. Le prix est-il proportionnel au nombre de jours de ski ? Expliquer.

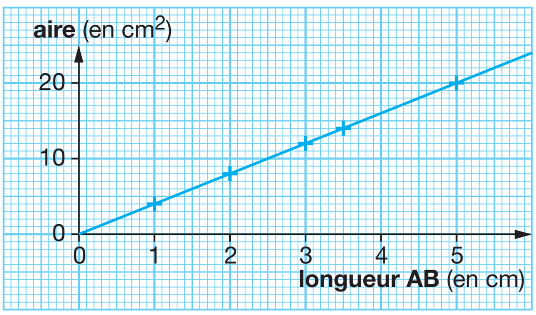
Les points ne sont pas alignés donc le prix n'est pas proportionnel au nombre de jours de ski.

4 ABCD est un rectangle tel que BC = 4 cm et dont le côté [AB] a une longueur variable.

a. Compléter ci-dessous l'aire de ABCD.

Longueur AB (en cm)	1	2	3	3,5	5
Aire (en cm²)	4	8	12	14	20

b. Représenter l'aire en fonction de la longueur AB.



c. L'aire est-elle proportionnelle à la longueur AB ?

Les points sont alignés avec l'origine donc l'aire de ABCD est proportionnelle à la longueur AB.

CALCUL MENTAL • ………… • ………… • ………… • ………… • ………… • ………… • ………… • ………… • ………… • ………… Note ….. / …..

FICHE

44 Appliquer un pourcentage

SOCLE

t désigne un nombre.
Prendre t % d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.
40 % de 60 kg font 24 kg. En effet : $\frac{40}{100} \times 60$ kg $= 0{,}4 \times 60$ kg $= 24$ kg.

★

1 Compléter.

$\frac{30}{100} \times 70$ € = 0,30 × 70 € = 21 €
Donc 30 % de 70 € font 21 €.

2 Calculer mentalement et compléter.

a. $\frac{25}{100} \times 28$ L = 7 L. **b.** $\frac{50}{100} \times 35$ h = 17,5 h.

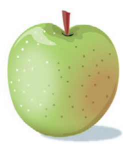
3 Avec la calculatrice, calculer la masse d'eau contenue dans chacun de ces fruits.

a.

Masse : 450 g
Eau : 95 %

$\frac{95}{100} \times 450$ g = 427,5 g

b.



Masse : 175 g
Eau : 84 %

$\frac{84}{100} \times 175$ g = 147 g

4 Dans un collège de 720 élèves, 52,5 % des élèves sont des filles. Calculer de deux façons différentes le nombre de garçons dans ce collège.

• $\frac{52{,}5}{100} \times 720 = 378$ et $720 - 378 = 342$
• 100 % − 52,5 % = 47,5 % et $\frac{47{,}5}{100} \times 720 = 342$
Donc il y a 342 garçons dans ce collège.

5 En 2013, 32 % des 66 millions de Français avaient moins de 25 ans et 12,3 % des Français avaient entre 25 et 35 ans.
Combien y avait-il de Français de 35 ans ou moins ?

32 % + 12,3 % = 44,3 %.
$\frac{44{,}3}{100} \times 66 = 29{,}238$.
29,238 millions de Français avaient 35 ans ou moins.

★★

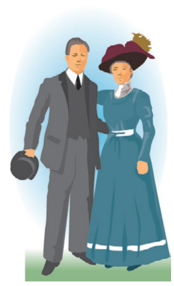
6 Lors d'un match de 90 min, un joueur de football a le ballon seulement pendant 2 % de la durée du match. Quelle durée, en minutes et secondes, cela représente-t-il ?

$\frac{2}{100} \times 90$ min $= 0{,}02 \times 90$ min $= 1{,}8$ min.
1,8 min = 1 min + 0,8 min = 1 min + 0,8 × 60 s.
Donc 1,8 min = 1 min 48 s.
Cela représente 1 min 48 s.

7 Quel sera le prix soldé de cette casquette ?

$\frac{60}{100} \times 25$ € $= 0{,}6 \times 25$ € $= 15$ €
25 € − 15 € = 10 €
Le prix soldé sera de 10 €.

8 Entre 1900 et 2010 les tailles moyennes des Français (femmes : 1,54 m ; hommes : 1,66 m) ont augmenté d'environ 5,55 %.
Calculer les tailles moyennes (en m) des femmes et des hommes en 2010 (on donnera les valeurs approchées par défaut au centième près).



• $\frac{5{,}55}{100} \times 1{,}54$ m = 0,085 47 m
1,54 m + 0,085 47 m ≈ 1,62 m.
• $\frac{5{,}55}{100} \times 1{,}66$ m = 0,092 13 m
1,66 m + 0,092 13 m ≈ 1,75 m.
• Donc, en 2010, la taille moyenne des femmes était environ 1,62 m et celle des hommes environ 1,75 m.

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • ....
• .... • .... • .... • .... • ....

Note ..... / .....

FICHE

45 Calculer un pourcentage

Calculer un pourcentage revient à écrire une **proportion de dénominateur 100**.

★

1 **a.** Dans un garage, 13 des 20 voitures sont des voitures « diesel ». Calculer le pourcentage de voitures « diesel » dans ce garage.

$\frac{13}{20}=\frac{13\times5}{20\times5}=\frac{65}{100}$

65 % des voitures sont des « diesel ».

b. Sur 150 paires de ski fabriquées, 9 avaient un défaut.
Calculer le pourcentage de paires de skis qui avaient un défaut.

$\frac{9}{150}=0{,}06=\frac{6}{100}$

6 % des paires de skis avaient un défaut.

2 **a.** Calculer le pourcentage de perles bleues dans ce collier.

$\frac{6}{16}=0{,}375=\frac{37{,}5}{100}$

37,5 % des perles sont bleues.

b. Calculer de deux façons le pourcentage de perles vertes.

• 100 % − 37,5 % = 62,5 %

• $\frac{10}{16}=0{,}625=\frac{62{,}5}{100}$

62,5 % des perles sont vertes.

3 Voici ce qu'on peut voir à propos d'un message sur un réseau social.

Lundi

48 personnes aiment.

Mardi

66 personnes aiment.

a. Compléter ce tableau afin d'exprimer en pourcentage l'augmentation du nombre de personnes qui aiment ce message.

Lundi	**48**	**100**
Augmentation	18	37,5

b. Compléter : « Le nombre de personnes a augmenté de 37,5 % ».

★★

4 Lors d'un tournoi de pétanque, Marius a réussi 36 tirs sur 48 alors que Chloé en a réussi 32 sur 40. Lequel de ces deux joueurs a eu le pourcentage de réussite le plus élevé ?

• $\frac{36}{48}=0{,}75=\frac{75}{100}$ soit 75%

• $\frac{32}{40}=0{,}8=\frac{80}{100}$ soit 80%

Chloé a eu le pourcentage de réussite le plus élevé.

5 Xavier et Zoé préparent des boissons à la fraise.
Xavier met 18 cL de fraise et 54 cL d'eau.
Zoé met 48 cL de fraise pour 152 cL d'eau.
Dans quelle boisson, le pourcentage de fraise est-il le plus important ?

• $\frac{18}{18+54}=\frac{18}{72}=0{,}25=\frac{25}{100}$ soit 25%

• $\frac{48}{48+152}=\frac{48}{200}=\frac{24}{100}$ soit 24%

Le pourcentage de fraise est le plus important dans la boisson de Xavier.

6 Dans un collège, 70 % des 220 élèves de 4^e et 85 % des 180 élèves de 3^e sont inscrits au foyer socio-éducatif.
Quel pourcentage des élèves de 4^e et 3^e sont inscrits au foyer socio-éducatif ?

• $\frac{70}{100}\times220=154$ $\frac{85}{100}\times180=153$

154 + 153 = 307

Donc 307 élèves sont inscrits au foyer.

• 220 + 180 = 400

donc il y a 400 élèves en 4^e ou en 3^e.

$\frac{307}{400}=0{,}7675=\frac{76{,}75}{100}$

Donc 76,75 % des élèves de 4^e et 3^e sont inscrits au foyer socio-éducatif.

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... Note ..... / .....

FICHE 46

Utiliser une échelle

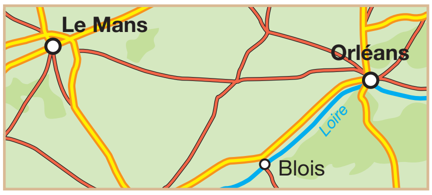
L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur le plan et les distances réelles.

$$\text{Échelle} = \frac{\text{Distance sur le plan}}{\text{Distance réelle}}$$

Ces deux distances sont dans la même unité de longueur

★

1 Cette carte est à l'échelle $\frac{1}{3\,000\,000}$.



a. Quelle distance, en km, représente 1 cm sur la carte ?

1 cm représente 3 000 000 cm soit 30 km.

b. Après avoir effectué les mesures nécessaires, compléter ce tableau afin de calculer les distances à vol d'oiseau, dans la réalité, entre Blois et Le Mans, puis entre Le Mans et Orléans.

Distance sur le plan (en cm)	1	*3,2*	*4,2*
Distance réelle (en km)	*30*	*96*	*126*

2 Donner dans chaque cas l'échelle de la carte sous la forme d'une fraction de numérateur égal à 1.

a. 1 cm / 5 km

$\frac{1}{500\,000}$

b. 2 cm / 300 m

$\frac{2}{30\,000} = \frac{1}{15\,000}$

3 La distance entre Paris et Lyon est de 400 km. Calculer la distance entre ces deux villes sur une carte à l'échelle :

a. $\frac{1}{8\,000\,000}$ **b.** $\frac{1}{20\,000\,000}$

a. La distance entre ces deux villes est 5 cm.

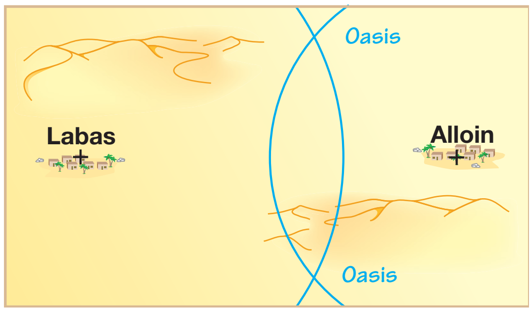
Distance sur le plan (en cm)	1	5
Distance réelle (en km)	80	400

b. La distance entre ces deux villes est 2 cm.

Distance sur le plan (en cm)	1	2
Distance réelle (en km)	200	400

★★

4 Cette carte est à l'échelle $\frac{1}{6\,000\,000}$.



a. Calculer la distance réelle entre Labas et Alloin.

b. Construire les emplacements possibles d'une oasis située à 210 km de Labas et à 150 km de Alloin.

a. 1 cm représente 60 km, donc 5 cm sur la carte entre Labas et Alloin représentent 300 km.

b. 210 : 60 = 3,5 et 150 : 60 = 2,5.
Sur la carte l'oasis est à 3,5 cm de Labas et à 2,5 cm de Alloin.

5

La ville de Cavalaire-sur-Mer est, à vol d'oiseau, à 80 km de Nice et à 220 km de Montpellier. Placer Cavalaire-sur-Mer sur cette carte.

2 cm représentent 100 km.

Distance sur le plan (en cm)	2	4,4	1,6
Distance réelle (en km)	100	220	80

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • ....
• .... • .... • .... • .... • ....
Note ..... / .....

FICHE
47 Proportionnalité et vitesse moyenne

SOCLE

La vitesse moyenne sur un trajet est le **quotient** de la distance parcourue par la durée du trajet.

vitesse moyenne → $v = \frac{d}{t}$ ← distance, durée

Une automobiliste parcourt 280 km en 4 h.

$v = \frac{d}{t}$ soit $v = \frac{280}{4} = 70$.

Donc sa vitesse moyenne est 70 km/h ou 70 km·h^{-1} (lire « kilomètre par heure »).

★

1 En 3 h, un TGV effectue un trajet de 630 km. Calculer la vitesse moyenne en km·h^{-1} de ce TGV.

$v = \frac{d}{t}$ soit $v = \frac{630}{3} = 210$.

Donc sa vitesse moyenne est 210 km·h^{-1}.

2 Louise a couru le 800 m en 2 min 40 s.

a. Compléter : 2 min 40 s = 160 s.

b. Calculer la vitesse moyenne de Louise en m·s^{-1}.

$v = \frac{800}{160} = 5$. Donc sa vitesse moyenne est 5 m·s^{-1}.

3 À cheval Océane a effectué une ballade de 14 km pendant 1 h 45 min.

a. Compléter :

1 h 45 min = 1 h + $\frac{45}{60}$ h = 1 h + 0,75 h = 1,75 h.

b. Calculer la vitesse moyenne d'Océane en km·h^{-1}.

$v = \frac{14}{1{,}75} = 8$. Donc sa vitesse moyenne est 8 km·h^{-1}.

4 Sur sa trottinette, Lucas met 10 min pour parcourir les 1,2 km qu'il y a entre le collège et sa maison.

a. Calculer la vitesse moyenne de Lucas en km·h^{-1}.

60 min = 6 × 10 min et 6 × 1,2 km = 7,2 km.

Donc sa vitesse est 7,2 km·h^{-1}.

b. Calculer la vitesse de Lucas en m·s^{-1}.

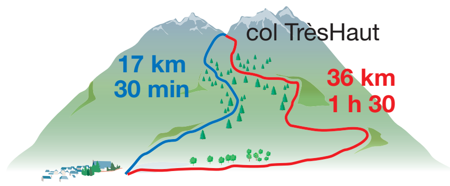
10 min = 10 × 60 s = 600 s et 1,2 km = 1 200 m.

$v = \frac{d}{t}$ soit $v = \frac{1200}{600} = 2$.

Donc sa vitesse moyenne est 2 m·s^{-1}.

★★

5 Alexandre a effectué l'ascension du col « TrèsHaut » en suivant le trajet en rouge. Pour la descente il a suivi le trajet en bleu.



Calculer la vitesse moyenne d'Alexandre :

a. à la montée,

b. à la descente,

c. sur l'ensemble du trajet.

a. $v = \frac{d}{t}$ soit $v = \frac{36}{1{,}5} = 24$.
Donc sa vitesse moyenne est 24 km·h^{-1}.

b. $v = \frac{d}{t}$ soit $v = \frac{17}{0{,}5} = 34$.
Donc sa vitesse moyenne est 34 km·h^{-1}.

c. 36 km + 17 km = 53 km et 1,5 h + 0,5 h = 2 h.
Donc Alexandre a parcouru 53 km en 2 h.
$v = \frac{d}{t}$ soit $v = \frac{53}{2} = 26{,}5$.
Donc sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet est 26,5 km·h^{-1}.

6 Une voiture parcourt 5 km en 4 min, puis elle est bloquée dans un bouchon pendant 7 min ; ensuite elle parcourt encore 8 km en 9 min. Calculer sa vitesse moyenne en km·h^{-1} sur l'ensemble du trajet.

4 min + 7 min + 9 min = 20 min.
5 km + 8 km = 13 km.
La voiture a parcouru 13 km en 20 min.
60 min = 3 × 20 min et 3 × 13 km = 39 km.
La vitesse moyenne est 39 km·h^{-1}.

CALCUL MENTAL ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... ● .... Note ..... / .....

FICHE

48 Utiliser l'égalité $d = v \times t$

Lors d'un trajet, la distance parcourue d est **proportionnelle** à la durée t du trajet.

$d = v \times t$: distance, vitesse, durée

Durée t du trajet	$\times v$
Distance d parcourue	

★

1 Un cycliste compte rouler pendant 3 heures à la vitesse moyenne de 25 km·h^{-1}.

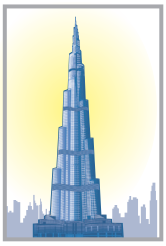
a. Dans la formule $d = v \times t$ remplacer deux nombres par les données de l'énoncé.

$d = 25 \times 3 = 75$

b. Quelle distance devra parcourir le cycliste ?

Le cycliste devra parcourir 75 km.

2 L'ascenseur de la tour Burj Khalifa à Dubaï a une vitesse de 10 m·s^{-1}.
Il amène les visiteurs au sommet en 83 secondes environ.
Quelle est la hauteur de la tour ?



$d = v \times t$ donc $d = 10 \times 83 = 830$

La hauteur de cette tour est d'environ 830 m.

3 Un avion a une vitesse moyenne de 900 km·h^{-1}.
En combien de temps parcourt-il 2 250 km ?

$d = v \times t$ soit $2\,250 = 900 \times t$
Donc $t = 2\,250 : 900 = 2,5$.
L'avion met 2,5 h ou 2 h 30 min.

4 À vélo Dimitri roule à la vitesse moyenne de 32 km·h^{-1}.
Quelle distance parcourt-il en 45 min ?

45 min $= \frac{45}{60}$ h $= 0,75$ h.
$d = v \times t$ soit $d = 32 \times 0,75 = 24$
Il parcourt 24 km.

★★

5 Un aigle peut atteindre la vitesse de 150 km·h^{-1}.
On suppose ici que l'aigle conserve cette vitesse.
Quelle distance parcourt l'aigle en 10 min ?

10 min $= \frac{1}{6} \times 1$ h et $\frac{1}{6} \times 150$ km $= 25$ km.

L'aigle parcourt 25 km en 10 min.

6 Lucie parcourt 12 km pour aller travailler.
Est-il vrai qu'elle gagne moins de 2 minutes en roulant à 90 km·h^{-1} plutôt qu'à 80 km·h^{-1} ?

• Pour $v = 90$ km·h^{-1} : $t_1 = \frac{12}{90} = \frac{4}{30}$.
$t_1 = \frac{4}{30}$ h $= \frac{4}{30} \times 60$ min $= 8$ min
• Pour $v = 80$ km·h^{-1} : $t_2 = \frac{12}{80} = 0,15$
$t_2 = 0,15$ h $= 0,15 \times 60$ min $= 9$ min
• L'affirmation est vraie : Lucie ne gagne qu'une minute en roulant à 90 km·h^{-1}.

7 Lors d'un voyage Mario roule pendant 1 h 42 min à la vitesse moyenne de 80 km·h^{-1}, puis il parcourt 36 km à la vitesse moyenne de 45 km·h^{-1}.
Quelle a été la vitesse moyenne de Mario au cours de son voyage ?

• $t_1 = 1$ h 42 min $= 1$ h $+ \frac{42}{60}$ h $= 1,7$ h.
$d_1 = v_1 \times t_1$ soit $d_1 = 80 \times 1,7 = 136$.
Donc $d_1 = 136$ km.
$d = d_1 + d_2 = 136 + 36 = 172$.
Donc Mario a parcouru au total 172 km.
• $t_2 = \frac{36}{45} = 0,8$ h.
$t = t_1 + t_2 = 1,7 + 0,8 = 2,5$
Donc son voyage a duré 2,5 h.
• $v = \frac{d}{t}$ soit $v = \frac{172}{2,5} = 68,8$.
Donc sa vitesse moyenne a été de 68,8 km·h^{-1}.

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... Note ..... / .....

FICHE

49 Changer d'unités de vitesse

Exemple : Pour exprimer 18 km·h^{-1} en mètres par seconde, on peut procéder ainsi :

$v = 18 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = \dfrac{18\text{ km}}{1\text{ h}} = \dfrac{18\,000\text{ m}}{3\,600\text{ s}} = \dfrac{18\,000}{3\,600} \times \dfrac{1\text{ m}}{1\text{ s}} = 5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Donc $v = 5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

★

1 Compléter pour exprimer 45 km·h^{-1} en m·s^{-1}.

$v = 45\text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = \dfrac{45\text{ km}}{1\text{ h}} = \dfrac{45\,000\text{ m}}{3\,600\text{ s}} = 12{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2 Compléter pour exprimer 16 m·s^{-1} en km·h^{-1}.

$v = 16\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = \dfrac{16\text{ m}}{1\text{ s}} = \dfrac{16\text{ m} \times 3\,600}{1\text{ s} \times 3\,600}$

$v = \dfrac{57\,600\text{ m}}{3\,600\text{ s}} = \dfrac{57{,}6\text{ km}}{1\text{ h}} = 57{,}6\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

3 Quand on conduit une voiture, le temps de réaction avant d'appuyer sur la pédale de frein est d'environ 1 s.
Calculer la distance parcourue pendant ce temps par un véhicule qui a une vitesse de 81 km·h^{-1}.

$v = 81\text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = \dfrac{81\text{km}}{1\text{h}} = \dfrac{81000\text{m}}{3600\text{s}} = 22{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Donc en 1 s on parcourt 22,5 m.

4 La vitesse du son dans l'air est 343 m·s^{-1}.
Cette vitesse est-elle supérieure à 1 000 km·h^{-1} ?

$v = 343\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = \dfrac{0{,}343\text{m}\times 3600}{1\text{s}\times 3600} = 1\,234{,}8\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

L'affirmation est donc vraie.

5 Britta Steffen a établi le record du monde du 50 m nage libre en 23,73 secondes.
Calculer sa vitesse moyenne en km·h^{-1}. Donner la valeur approchée par excès au dixième près.

• $v = \dfrac{50}{23{,}73}$ donc $v \approx 2{,}1$

Sa vitesse moyenne était environ 2,1 m·s^{-1}.

• $2{,}1\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = \dfrac{2{,}1\text{m}}{1\text{s}} = \dfrac{2{,}1\text{m}\times 3600}{1\text{s}\times 3600}$

$\dfrac{7560\text{m}}{3600\text{s}} = \dfrac{7{,}56\text{km}}{1\text{h}} = 7{,}56\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Sa vitesse moyenne était environ 7,56 km·h^{-1}.

★★

6 La plaque sur laquelle se trouvent l'Inde et l'Australie se déplace à la vitesse de 7,3 cm/an. Exprimer cette vitesse en mm/jour (en considérant qu'il y a 365 jours dans l'année).

$v = 7{,}3\text{ cm/an} = \dfrac{7{,}3\text{cm}}{1\text{an}} = \dfrac{73\text{ mm}}{365\text{ jours}}$.

Donc $v = 0{,}2$ mm/jour.

7 Ranger ces vitesses dans l'ordre croissant.

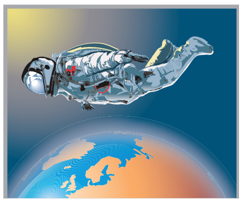
Balle de golf 100 m·s^{-1}	TGV 574,2 km·h^{-1}	Dragster 10,3 km·min^{-1}

$100\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = \dfrac{100\text{m}}{1\text{s}} = \dfrac{360\,000\text{m}}{3600\text{s}} = 360\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

$10{,}3\text{ km}\cdot\text{min}^{-1} = \dfrac{10{,}3\text{km}}{1\text{min}} = \dfrac{618\text{km}}{60\text{min}} = 618\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Balle de golf – TGV – Dragster

8 Le 14 octobre 2012, Félix Baumgartner a sauté en chute libre de 38 969,3 m d'altitude. Son saut a duré 4 min 19 s.



a. Calculer sa vitesse moyenne en m·s^{-1}, puis en km·h^{-1}. Donner les valeurs approchées par défaut à l'unité près.

b. Felix Baumgartner a atteint la vitesse de pointe de 1 342,8 km·h^{-1}. À cette vitesse combien de temps aurait duré son saut ?

a. • 4 min 19 s = 259 s

• $v = \dfrac{38\,969{,}3}{259}$ donc $v \approx 150\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

• $150\text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = \dfrac{150\text{m}}{1\text{s}} = \dfrac{540\,000\text{m}}{3600\text{s}}$

$v \approx 540\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

b. 38 969,3 m = 38,969 3 km

$t = \dfrac{38{,}9693}{1342{,}8}$ soit $t \approx 0{,}029$.

Donc le saut aurait duré environ 0,029 h soit 104 s ou encore 1 min et 44 s.

CALCUL MENTAL • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... • .... Note ..... / .....

FICHE 50

Autres situations de changement d'unités

★

1 Au robinet on a rempli d'eau une bouteille de 360 mL en 4 s.
Exprimer le débit de ce robinet en :

a. mL/s **b.** cL/s **c.** L/min

a. $\frac{360\text{ mL}}{4\text{ s}} = 90\text{ mL/s}$

b. $90\text{ mL/s} = \frac{90\text{ mL}}{1\text{ s}} = \frac{9\text{ cL}}{1\text{ s}} = 9\text{ cL/s}$

c. $\frac{9\text{ cL}}{1\text{ s}} = \frac{9\text{ cL} \times 60}{1\text{ s} \times 60} = \frac{540\text{ cL}}{1\text{ min}} = \frac{5{,}4\text{ L}}{1\text{ min}} = 5{,}4\text{ L/min}$

2 Les pales d'une éolienne tournent à la vitesse de 13,5 tours/min.
Exprimer cette vitesse de rotation en tour/s.

$\frac{13{,}5\text{ tours}}{1\text{ min}} = \frac{13{,}5\text{ tours}}{60\text{ s}} = 0{,}225\text{ tour/s}$

3 1 ko (kilooctet) = 8 kb (kilobit)
et 1 Mb (mégabit) = 1 000 kb
En réception, le débit de connexion de Marc est de 7,2 Mb/s.
Exprimer ce débit en kb/s, puis en ko/s.

• $7{,}2\text{ Mb/s} = 7{,}2 \times 1000\text{ kb/s} = 7\,200\text{ kb/s}$

• $7\,200\text{ kb/s} = \frac{7200}{8}\text{ ko/s} = 900\text{ ko/s}$

4 La masse volumique est le quotient de la masse par le volume.
Au niveau de la mer, 5 L d'air pèsent 6 g.
Exprimer la masse volumique de l'air, au niveau de la mer, en g/L puis en kg/m³.

• $\frac{6\text{ g}}{5\text{ L}} = 1{,}2\text{ g/L}$

• $1{,}2\text{ g/L} = \frac{1{,}2\text{ g} \times 1000}{1\text{ L} \times 1000} = \frac{1200\text{ g}}{1000\text{ L}} = \frac{1{,}2\text{ kg}}{1\text{ m}^3} = 1{,}2\text{ kg/m}^3$

La masse volumique de l'air est 1,2 g/L ou 1,2 kg/m³.

★★

5 En France la consommation moyenne de viande par personne est de 46 g/jour.
Exprimer cette consommation en g/semaine puis en kg/an (en considérant qu'il y a 365 jours dans l'année).

$\frac{46\text{ g}}{1\text{ jour}} = \frac{46\text{ g} \times 7}{1\text{ jour} \times 7} = \frac{322\text{ g}}{7\text{ jours}} = 322\text{ g/semaine}$

$\frac{46\text{ g}}{1\text{ jour}} = \frac{46\text{ g} \times 365}{1\text{ jour} \times 365} = \frac{16\,790\text{ g}}{1\text{ an}}$

$= 16{,}79\text{ kg/an}$.

La consommation est de 322 g/semaine soit 16,79 kg/an.

6 Le rendement d'une vigne est de 50 hL de vin par hectare (1 ha = 10 000 m²).

a. Exprimer ce rendement en L/m².

b. Sachant que 1 L de vin pèse 0,99 kg, exprimer ce rendement en kg/m², puis en t/ha.

a. $50\text{ hL/ha} = \frac{50\text{ hL}}{1\text{ ha}} = \frac{5\,000\text{ L}}{10\,000\text{ m}^2} = 0{,}5\text{ L/m}^2$

b. • $0{,}5 \times 0{,}99\text{ kg} = 0{,}495\text{ kg}$

Donc le rendement est de 0,495 kg/m².

• $\frac{0{,}495\text{ kg}}{1\text{ m}^2} = \frac{0{,}495\text{ kg} \times 10\,000}{1\text{ m}^2 \times 10\,000} = \frac{4\,950\text{ kg}}{10\,000\text{ m}^2}$.

Donc le rendement est de 4,95 t/ha.

7 1 g de sucre correspond à 4 kcal. Une canette de soda de 33 cL contient 35 g de sucre.
Exprimer la valeur énergétique de ce soda en kcal/L. Donner la valeur approchée par excès à l'unité près.

• $35 \times 4\text{ kcal} = 140\text{ kcal}$.

Donc une canette correspond à 140 kcal.

• $\frac{140\text{ kcal}}{33\text{ cL}} \approx 4{,}25\text{ kcal/cL}$

$\frac{4{,}25\text{ kcal}}{1\text{ cL}} = \frac{4{,}25\text{ kcal} \times 100}{1\text{ cL} \times 100} = \frac{425\text{ kcal}}{1\text{ L}}$

Donc la valeur énergétique de ce soda est environ 425 kcal/L.

FICHE
51 Perfectionnement

★★★

1 « Augmenter un prix de 20 % puis effectuer une remise de 20 % sur ce nouveau prix revient à redonner à l'article son prix initial. »
L'affirmation de Lily est-elle vraie ou fausse ?
Justifier.

On suppose que le prix initial est de 100 €.

$\frac{20}{100} \times 100 = 20$ et $100 + 20 = 120$

$\frac{20}{100} \times 120 = 24$ et $120 - 24 = 96$

L'affirmation de Lili est fausse, on ne retrouve pas le prix initial de 100 € mais 96 €.

2 Ce tableau résume une enquête concernant les clients d'un grand magasin parisien.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Jour	L	M	M	J	V	Total
2	Nombre de clients	240	260	450	288	590	1828
3	% de touristes	65	55	52	62.5	40	
4	Nombre de touristes	156	143	234	180	236	949
5	Pourcentage de touristes durant les 5 jours						52 %

Avec un tableur : recopier cette feuille de calcul, puis compléter les cellules vides en utilisant uniquement les fonctions du tableur.

3 À 14 h 55 Clara monte sur un télésiège. Elle s'arrête 2 min au sommet, puis elle descend en ligne droite sous le télésiège pour être en bas de la piste à 15 h 07.
Quelle était la vitesse moyenne de Clara lors de sa descente ? Donner la réponse en $km \cdot h^{-1}$.

Télésiège
Vitesse : $5 \ m \cdot s^{-1}$
Longueur : 2 250 m

• $\frac{2\,250}{5} = 450$
Clara a donc mis 450 s pour monter.

• 15 h 07 min − 14 h 55 min − 2 min = 10 min
Clara a mis 10 min pour monter et redescendre.

• 10 min = 600 s
600 s − 450 s = 150 s
Clara a mis 150 s pour descendre.

• $v = \frac{d}{t} = \frac{2\,250 \text{ m}}{150 \text{ s}} = 15 \ m \cdot s^{-1}$.

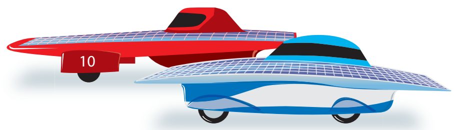
$v = \frac{15 \text{m}}{1 \text{ s}} = \frac{15 \text{ m} \times 3600}{1 \text{ s} \times 3\,600} = \frac{54\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 54 \ km \cdot h^{-1}$.

La vitesse moyenne de Clara était $54 \ km \cdot h^{-1}$.

4 Le *World Solar Challenge* est une course de voitures à énergie solaire de 3 020 km entre Darwin et Adélaïde en Australie.

a. Lors de cette course, quelle quantité de carburant économise un concurrent par rapport à une voiture qui consomme 5 L pour 100 km ?

b. En 2013 le vainqueur NUNA 7 a remporté l'épreuve en 33 h 20 min.
Est-il vrai que sa vitesse moyenne était supérieure à $100 \ km \cdot h^{-1}$?



a. $\frac{5 \text{ L}}{100} = 0{,}05$ L et $3\,020 \times 0{,}05 \text{ L} = 151$ L
Donc un concurrent économise 151 L de carburant.

b. $t = \frac{d}{v} = \frac{3\,020}{100} = 30{,}2$
À la vitesse moyenne de $100 \ km \cdot h^{-1}$, NUNA7 aurait mis 30,2 h soit 30 h 12 min soit moins de 33 h 20 min pour parcourir 3 020 km.
Sa vitesse moyenne était donc inférieure à $100 \ km \cdot h^{-1}$.

5 Deux de ces immeubles mesurent 14 m et 19,6 m.
Quelle est la hauteur du troisième immeuble ?

• On suppose que l'immeuble jaune mesure 14 m
$\frac{14 \text{ m}}{4} = 3{,}5$ m donc une graduation correspond à une hauteur de 3,5 m.
Alors $5 \times 3{,}5$ m = 17,5 m et $7 \times 3{,}5$ m = 24,5 m
L'immeuble jaune ne peut donc pas mesurer 14 m.

• C'est donc l'immeuble vert qui mesure 14 m.
$\frac{14 \text{ m}}{5} = 2{,}8$ m et $4 \times 2{,}8$ m = 11,2 m.
La hauteur de l'immeuble jaune est donc 11,2 m et l'immeuble rouge mesure bien alors 19,6 m.
En effet, $7 \times 2{,}8$ m = 19,6 m.

FICHE 52

QCM et jeux

QCM

Voici un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

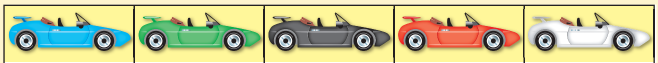
Note ..... / 5

A	<table><tr><td>Nombre de boîtes</td><td>5</td><td>7</td><td>y</td></tr><tr><td>Masse en kg</td><td>3</td><td>x</td><td>17,5</td></tr></table> Pour ce tableau de proportionnalité…	$5 \times x = 3 \times 7$	$y = \frac{3}{5} \times 17{,}5$	12 boîtes pèsent (3 + 4,2) kg
B	Lors d'une course, à 16 h, 60 % des 25 filles et 40 % des 15 garçons étaient arrivés. Donc, à 16 h…	15 filles étaient arrivées	6 garçons étaient arrivés	50 % des coureurs étaient arrivés
C	Une carte est à l'échelle $\frac{1}{2\,000\,000}$. Donc…	1 cm représente 20 km	50 km sont représentés par 2,5 cm	7 cm représentent 140 km
D	En 2 h 18 min un cycliste a parcouru 50,14 km. Sa vitesse moyenne était…	$23\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	$21{,}8\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	environ $363\ \text{m} \cdot \text{min}^{-1}$
E	$1{,}2\ \text{km} \cdot \text{min}^{-1}$ c'est aussi…	$72\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$	$2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	1 728 km/jour

jeu 1

Retrouver les conducteurs de chacune des voitures.

- Anne a parcouru 90 km en 1 h 15 min.
- Ben a roulé à la vitesse moyenne de $15\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Clem a parcouru 8 km en 5 min, puis 6 km en 10 min.
- Dounia a parcouru 200 m en 8 s.
- Emmy a roulé à la vitesse moyenne de $1{,}3\ \text{km} \cdot \text{min}^{-1}$.
- La voiture bleue a été la plus rapide et la voiture blanche la moins rapide.
- La voiture verte a été plus rapide que la rouge mais moins que la noire.



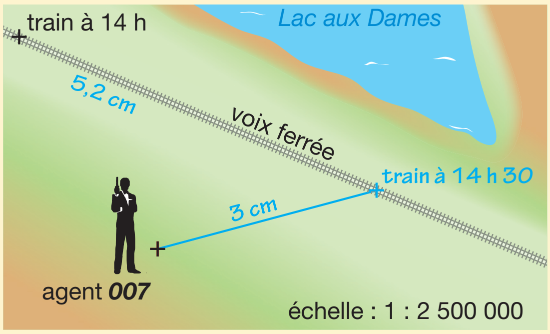
..Dounia..	...Anne...	..Emmy..	...Clem...	....Ben...

- Anne : 1 h 15 min = 1 h + $\frac{15}{60}$ h = 1,25 h
$v = \frac{90\ \text{km}}{1{,}25\ \text{h}} = 72\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$
- Ben : $v = \frac{15\ \text{m}}{1\ \text{s}} = \frac{15\ \text{m} \times 3\,600}{1\ \text{s} \times 3\,600} = \frac{54\ \text{km}}{1\ \text{h}} = 54\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- Clem : 14 km en 15 min donc $v = 4 \times 14\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
Donc $v = 56\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- Dounia : $v = \frac{200\ \text{m}}{8\ \text{s}} = 25\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{25\ \text{m} \times 3\,600}{1\ \text{s} \times 3\,600} = \frac{90\ \text{km}}{1\ \text{h}}$
Donc $v = 90\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
- Emmy : $v = \frac{1{,}3\ \text{km}}{1\ \text{min}} = \frac{1{,}3\ \text{km} \times 60}{1\ \text{min} \times 60} = \frac{78\ \text{km}}{1\ \text{h}} = 78\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Donc par ordre décroissant de vitesse :
Dounia, Emmy, Anne, Clem, Ben.

jeu 2

Il est 14 h et l'agent 007 apprend qu'à 14 h 30 Aïssia jettera un précieux document du train qui roule à $260\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
Placer sur la carte l'emplacement où Aïssia jettera le document et déterminer ensuite la vitesse minimum à laquelle l'agent 007 doit se déplacer pour récupérer le document à 14 h 30 précises.



- 1 cm sur la carte représente 25 km.
- A 14 h 30 le train aura parcouru $\frac{260\ \text{km}}{2}$ soit 130 km.
$\frac{130}{25} = 5{,}2$ donc à 14 h 30 le train aura parcouru 5,2 cm sur la carte.
- Sur la carte l'agent 007 est à 3 cm de l'emplacement où Aïssia va jeter le document.
- $3 \times 25\ \text{km} = 75\ \text{km}$ donc l'agent 007 doit parcourir 75 km en 30 minutes et il doit se déplacer au minimum à $150\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.