Le cahier trans math 3e

ÉDITION 2014

Joël Malaval

Annie Plantiveau
Frédéric Puigredo

Nom : .....

Prénom : .....

Classe : .....

Le papier de cet ouvrage est composé de fibres naturelles, renouvelables, fabriquées à partir de bois provenant de forêts gérées de manière responsable.

Nathan

Sommaire

Conforme au programme de mathématique 3e – Bulletin officiel Spécial n° 6 du 28 août 2008

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES

1 Statistique

1. Calculer un effectif, une fréquence, une moyenne ... 6
2. Lire ou créer une représentation graphique ... 7
3. Déterminer une médiane ... 8
4. Déterminer les quartiles ... 9
5. Résumer une série statistique ... 10
6. Objectif Brevet ... 11
7. Perfectionnement ... 13

2 Notion de probabilité

8. Vocabulaire des probabilités ... 14
9. Probabilité d'un événement ... 15
10. Expériences aléatoires à une épreuve ... 16
11. Expériences aléatoires à deux épreuves ... 17
12. Avec la calculatrice, avec un tableur ... 18
13. Objectif Brevet ... 19
14. Perfectionnement ... 21

NOMBRES ET CALCULS

3 Nombres entiers et rationnels

15. Critères de divisibilité ... 22
16. Diviseurs communs à deux entiers. PGCD ... 23
17. Utiliser un algorithme donnant le PGCD ... 24
18. Fractions irréductibles ... 25
19. Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire (1) ... 26
20. Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire (2) ... 27
21. Objectif Brevet ... 28
22. Perfectionnement ... 30

4 Puissances. Calcul littéral

23. Puissances d'un nombre relatif ... 31
24. Développer ... 32
25. Factoriser ... 33
26. Connaître les identités remarquables ... 34
27. Utiliser les identités remarquables ... 35
28. Objectif Brevet ... 36
29. Perfectionnement ... 38

5 Racines carrées

30. Racine carrée d'un nombre positif ... 39
31. Nombres x tels que $x^2 = a$ ... 40
32. Racines carrées et opérations ... 41
33. Utiliser la racine carrée en géométrie ... 42
34. Transformer l'écriture d'une expression ... 43
35. Objectif Brevet ... 44
36. Perfectionnement ... 46

6 Équations et inéquations du premier degré

37. Résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$ ... 47
38. Résoudre des problèmes du premier degré ... 48
39. Résoudre une équation « produit nul » ... 49
40. Inéquations du premier degré à une inconnue ... 50
41. Utiliser un tableur ... 51
42. Objectif Brevet ... 52
43. Perfectionnement ... 54

7 Systèmes de deux équations à deux inconnues

44. Vocabulaire et représentation graphique ... 55
45. Résoudre algébriquement un système ... 56
46. Problèmes se ramenant à un système ... 57
47. Objectif Brevet ... 58
48. Perfectionnement ... 60

FONCTIONS

8 Notion de fonction

49. Vocabulaire des fonctions et notations ... 61
50. Avec un graphique ... 62
51. Avec une formule ... 63
52. Objectif Brevet ... 64
53. Perfectionnement ... 66

9 Proportionnalité. Fonction linéaire

54. Proportionnalité ... 67
55. Relier proportionnalité et fonction linéaire ... 68
56. Calculer une image, un antécédent ... 69
57. Représenter graphiquement une fonction linéaire ... 70
58. Déterminer une fonction linéaire ... 71

Sommaire

59. Fonctions linéaires et pourcentages 72
60. Grandeurs composées 73
61. Objectif Brevet 74
62. Perfectionnement 76

10 Fonctions affines

63. Reconnaître une fonction affine 77
64. Calculer une image, un antécédent 78
65. Représenter graphiquement une fonction affine 79
66. Coefficient directeur – Ordonnée à l'origine 80
67. Déterminer une fonction affine 81
68. Objectif Brevet 82
69. Perfectionnement 84

GÉOMÉTRIE • GRANDEURS ET MESURES

11 Triangles rectangles. Trigonométrie

70. Propriétés des triangles rectangles 85
71. Cosinus, sinus, tangente d'un angle aigu ... 86
72. Calculer une longueur 87
73. Déterminer un angle aigu 88
74. Utiliser le cosinus, le sinus ou la tangente 89
75. Objectif Brevet 90
76. Perfectionnement 92

12 Configuration de Thalès

77. Configuration de Thalès vue en 4e 93
78. Prolongement de la configuration de Thalès 94
79. Connaître et utiliser un énoncé réciproque .. 95
80. Agrandissement-réduction 96
81. Agrandissement-réduction : aires et volumes 97
82. Objectif Brevet 98
83. Perfectionnement 100

13 Sections planes de solides

84. Sections d'un parallélépipède rectangle, d'un cylindre 101
85. Sections d'un cône de révolution, d'une pyramide 102
86. Calculs d'aires et de volumes 103
87. Objectif Brevet 104
88. Perfectionnement 106

14 Sphères et boules

89. Définir une sphère, une boule 107
90. Représenter une sphère et ses grands cercles 108
91. Sections planes d'une sphère 109
92. Aire d'une sphère 110
93. Volume d'une boule 111
94. Objectif Brevet 112
95. Perfectionnement 114

15 Angles inscrits. Polygones réguliers

96. Angles inscrits, angles au centre 115
97. Polygones réguliers 116
98. Constructions de polygones réguliers 117
99. Objectif Brevet 118
100. Perfectionnement 120

JE ME PRÉPARE AU BREVET

Présentation – Conseils 121
Sujet 1 122
Sujet 2 124
Sujet 3 126

Formulaire 128

Photographie de couverture :
Infinity Bridge, Angleterre
© CORBIS/Stuart Westmorland.

© Éditions Nathan 2014 – ISBN : 313-3-09-111965-2

La photocopie de cet ouvrage en tout ou partie n'est pas autorisée par les Éditions NATHAN. Pour mémoire, la photocopie non autorisée est un délit punissable par la Loi.

Je découvre mon cahier

15 chapitres comprenant 6 à 10 fiches d'exercices

Entraînement

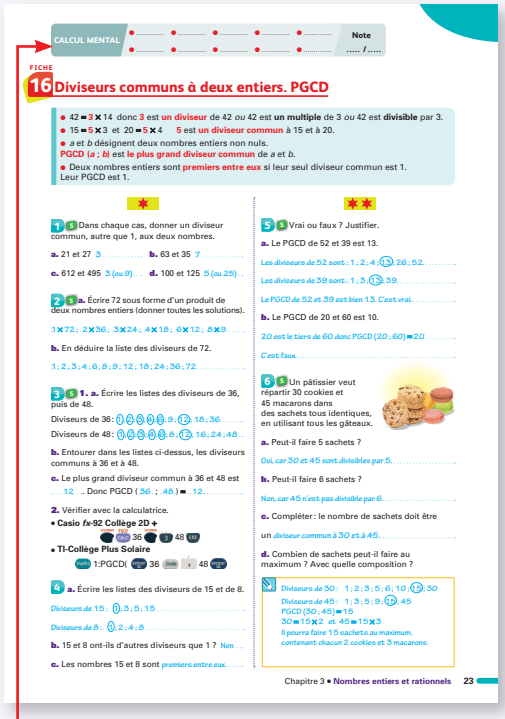
Des exercices ★ et ★★ avec rappels de cours

Objectif Brevet

QCM et Sélection de sujets de Brevet

Perfectionnement

Des exercices ★★★



CALCUL MENTAL ..... Note ..... / .....

FICHE 16 **Diviseurs communs à deux entiers. PGCD**

- 42 = 3 × 14 donc 3 est **un diviseur** de 42 ou 42 est **un multiple** de 3 ou 42 est **divisible** par 3.
- 15 = 5 × 3 et 20 = 5 × 4 donc 5 est **un diviseur commun** à 15 et à 20.
- *a* et *b* désignent deux nombres entiers non nuls.
  PGCD (*a* ; *b*) est **le plus grand diviseur commun** de *a* et *b*.
- Deux nombres entiers sont **premiers entre eux** si leur seul diviseur commun est 1.
  Leur PGCD est 1.

★

1 S Dans chaque cas, donner un diviseur commun, autre que 1, aux deux nombres.

a. 21 et 27 : 3 **b.** 63 et 35 : 7

c. 612 et 495 : 3 (ou 9) ... **d.** 100 et 125 : 5 (ou 25) ...

2 S **a.** Écrire 72 sous forme d'un produit de deux nombres entiers (donner toutes les solutions).

1 × 72 ; 2 × 36 ; 3 × 24 ; 4 × 18 ; 6 × 12 ; 8 × 9

b. En déduire la liste des diviseurs de 72.

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72

3 S **1. a.** Écrire les listes des diviseurs de 36, puis de 48.

Diviseurs de 36 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36

Diviseurs de 48 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 48

b. Entourer dans les listes ci-dessus, les diviseurs communs à 36 et à 48.

c. Le plus grand diviseur commun à 36 et 48 est 12. Donc PGCD (36 ; 48) = 12.

2. Vérifier avec la calculatrice.

- Casio *fx*-92 Collège 2D + : 36 ; 48
- TI-Collège Plus Solaire : 1:PGCD(36 ; 48

4 **a.** Écrire les listes des diviseurs de 15 et de 8.

Diviseurs de 15 : 1 ; 3 ; 5 ; 15

Diviseurs de 8 : 1 ; 2 ; 4 ; 8

b. 15 et 8 ont-ils d'autres diviseurs que 1 ? Non

c. Les nombres 15 et 8 sont premiers entre eux.

★★

5 S Vrai ou faux ? Justifier.

a. Le PGCD de 52 et 39 est 13.

Les diviseurs de 52 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 13 ; 26 ; 52.

Les diviseurs de 39 sont : 1 ; 3 ; 13 ; 39.

Le PGCD de 52 et 39 est bien 13. C'est vrai.

b. Le PGCD de 20 et 60 est 10.

20 est le tiers de 60 donc PGCD (20 ; 60) = 20

C'est faux.

6 S Un pâtissier veut répartir 30 cookies et 45 macarons dans des sachets tous identiques, en utilisant tous les gâteaux.

a. Peut-il faire 5 sachets ?

Oui, car 30 et 45 sont divisibles par 5.

b. Peut-il faire 6 sachets ?

Non, car 45 n'est pas divisible par 6.

c. Compléter : le nombre de sachets doit être un diviseur commun à 30 et à 45.

d. Combien de sachets peut-il faire au maximum ? Avec quelle composition ?

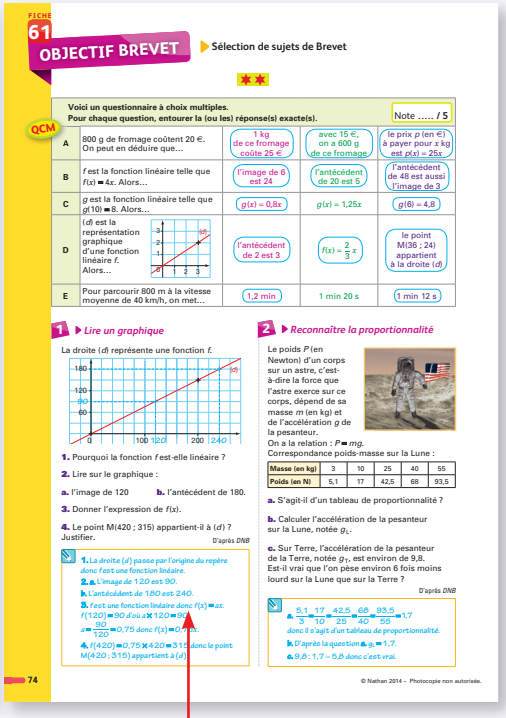
Diviseurs de 30 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30

Diviseurs de 45 : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45

PGCD (30 ; 45) = 15

30 = 15 × 2 et 45 = 15 × 3

Il pourra faire 15 sachets au maximum, contenant chacun 2 cookies et 3 macarons.



FICHE 61 **OBJECTIF BREVET** ▶ Sélection de sujets de Brevet

★★

QCM — Voici un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s). Note ..... / 5

A	800 g de fromage coûtent 20 €. On peut en déduire que...	1 kg de ce fromage coûte 25 €	avec 15 €, on a 600 g de ce fromage	le prix p (en €) à payer pour x kg est $p(x) = 25x$
B	f est la fonction linéaire telle que $f(x) = 4x$. Alors...	l'image de 6 est 24	l'antécédent de 20 est 5	l'antécédent de 48 est aussi l'image de 3
C	g est la fonction linéaire telle que $g(10) = 8$. Alors...	$g(x) = 0{,}8x$	$g(x) = 1{,}25x$	$g(6) = 4{,}8$
D	(d) est la représentation graphique d'une fonction linéaire f. Alors...	l'antécédent de 2 est 3	$f(x) = \frac{2}{3}x$	le point M(36 ; 24) appartient à la droite (d)
E	Pour parcourir 800 m à la vitesse moyenne de 40 km/h, on met...	1,2 min	1 min 20 s	1 min 12 s

1 ▶ *Lire un graphique*

La droite (d) représente une fonction f.

1. Pourquoi la fonction f est-elle linéaire ?

2. Lire sur le graphique :

a. l'image de 120 **b.** l'antécédent de 180.

3. Donner l'expression de $f(x)$.

4. Le point M(420 ; 315) appartient-il à (d) ? Justifier.

D'après DNB

1. La droite (d) passe par l'origine du repère donc f est une fonction linéaire.
2. **a.** L'image de 120 est 90.
   b. L'antécédent de 180 est 240.
3. f est une fonction linéaire donc $f(x) = ax$.
   $f(120) = 90$ donc $a \times 120 = 90$
   $a = \frac{90}{120} = 0{,}75$ donc $f(x) = 0{,}75x$.
4. $f(420) = 0{,}75 \times 420 = 315$ donc le point M(420 ; 315) appartient à (d).

2 ▶ *Reconnaître la proportionnalité*

Le poids P (en Newton) d'un corps sur un astre, c'est-à-dire la force que l'astre exerce sur ce corps, dépend de sa masse m (en kg) et de l'accélération g de la pesanteur.

On a la relation : $P = mg$.

Correspondance poids-masse sur la Lune :

Masse (en kg)	3	10	25	40	55
Poids (en N)	5,1	17	42,5	68	93,5

a. S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ?

b. Calculer l'accélération de la pesanteur sur la Lune, notée g_L.

c. Sur Terre, l'accélération de la pesanteur de la Terre, notée g_T, est environ de 9,8. Est-il vrai que l'on pèse environ 6 fois moins lourd sur la Lune que sur la Terre ?

D'après DNB

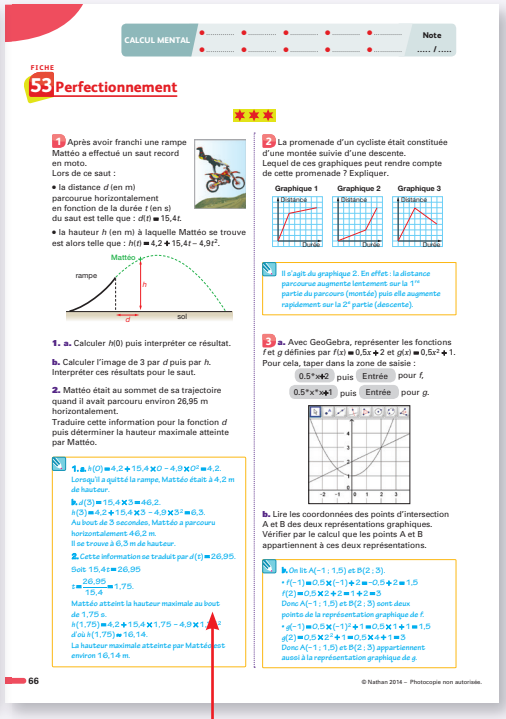
a. $\frac{5{,}1}{3} = \frac{17}{10} = \frac{42{,}5}{25} = \frac{68}{40} = \frac{93{,}5}{55} = 1{,}7$

donc il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

b. D'après la question **a.** $g_L = 1{,}7$.

c. $9{,}8 : 1{,}7 \approx 5{,}8$ donc c'est vrai.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.



CALCUL MENTAL ..... Note ..... / .....

FICHE 53 **Perfectionnement**

★★★

1 Après avoir franchi une rampe Matéo a effectué un saut record en moto.

Lors de ce saut :

- la distance d (en m) parcourue horizontalement en fonction de la durée t (en s) du saut est telle que : $d(t) = 15{,}4t$.
- la hauteur h (en m) à laquelle Matéo se trouve est alors telle que : $h(t) = 4{,}2 + 15{,}4t - 4{,}9t^2$.

Matéo

rampe

h

d

sol

1. a. Calculer $h(0)$ puis interpréter ce résultat.

b. Calculer l'image de 3 par d puis par h. Interpréter ces résultats pour le saut.

2. Matéo était au sommet de sa trajectoire quand il avait parcouru environ 26,95 m horizontalement.

Traduire cette information pour la fonction d puis déterminer la hauteur maximale atteinte par Matéo.

1. **a.** $h(0) = 4{,}2 + 15{,}4 \times 0 - 4{,}9 \times 0^2 = 4{,}2$.
   Lorsqu'il a quitté la rampe, Matéo était à 4,2 m de hauteur.
   b. $d(3) = 15{,}4 \times 3 = 46{,}2$.
   $h(3) = 4{,}2 + 15{,}4 \times 3 - 4{,}9 \times 3^2 = 6{,}3$.
   Au bout de 3 secondes, Matéo a parcouru horizontalement 46,2 m.
   Il se trouve à 6,3 m de hauteur.
2. Cette information se traduit par $d(t) = 26{,}95$.
   Soit $15{,}4t = 26{,}95$
   $t = \frac{26{,}95}{15{,}4} = 1{,}75$.
   Matéo atteint la hauteur maximale au bout de 1,75 s.
   $h(1{,}75) = 4{,}2 + 15{,}4 \times 1{,}75 - 4{,}9 \times 1{,}75^2$
   d'où $h(1{,}75) \approx 16{,}14$.
   La hauteur maximale atteinte par Matéo est environ 16,14 m.

2 La promenade d'un cycliste était constituée d'une montée suivie d'une descente. Lequel de ces graphiques peut rendre compte de cette promenade ? Expliquer.

Graphique 1 Graphique 2 Graphique 3

Distance / Durée

Il s'agit du graphique 2. En effet : la distance parcourue augmente lentement sur la 1re partie du parcours (montée) puis elle augmente rapidement sur la 2e partie (descente).

3 **a.** Avec GeoGebra, représenter les fonctions f et g définies par $f(x) = 0{,}5x + 2$ et $g(x) = 0{,}5x^2 + 1$.

Pour cela, taper dans la zone de saisie :

0.5*x+2 puis Entrée pour f,

0.5*x^2+1 puis Entrée pour g.

b. Lire les coordonnées des points d'intersection A et B des deux représentations graphiques. Vérifier par le calcul que les points A et B appartiennent à ces deux représentations.

b. On lit A(−1 ; 1,5) et B(2 ; 3).

- $f(-1) = 0{,}5 \times (-1) + 2 = -0{,}5 + 2 = 1{,}5$
  $f(2) = 0{,}5 \times 2 + 2 = 1 + 2 = 3$.
  Donc A(−1 ; 1,5) et B(2 ; 3) sont deux points de la représentation graphique de f.
- $g(-1) = 0{,}5 \times (-1)^2 + 1 = 0{,}5 \times 1 + 1 = 1{,}5$
  $g(2) = 0{,}5 \times 2^2 + 1 = 0{,}5 \times 4 + 1 = 3$
  Donc A(−1 ; 1,5) et B(2 ; 3) appartiennent aussi à la représentation graphique de g.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

- Un espace **calcul mental** permettant une pratique régulière en classe.
- S Ce logo signale un exercice qui relève du socle commun de 3e.

Des cadres pour :
- calculer
- faire des constructions
- rédiger des réponses.

Une couleur par partie

- Organisation et gestion de données
- Nombres et calculs
- Fonctions
- Géométrie

+ « Je me prépare au Brevet »

- Présentation – Conseils
- 3 sujets de Brevet

Je me prépare au BREVET

L'épreuve écrite de mathématiques

› **Durée : 2 heures.**

› Le sujet est constitué de **six à dix exercices indépendants** que l'on peut traiter dans l'ordre qui convient.
Un des exercices au moins a pour objet **une tâche non guidée, exigeant une prise d'initiative.**

› L'épreuve est notée sur **40 points**.

- Chaque exercice est noté entre 3 et 8 points, le total étant de 36 points.
- 4 points sont réservés à la maîtrise de la langue.

L'emploi de la calculatrice est autorisé.

Nos conseils pour l'épreuve

› **Préparer son matériel à l'avance**
Prévoir règle, équerre, compas, rapporteur.
Vérifier que la calculatrice est en mode degré.

› **Gérer son temps pendant l'épreuve**
• Prendre quelques minutes pour parcourir le sujet, essayer de reconnaître dans les exercices le(s) thème(s) dont il s'agit.
Commencer par ceux que l'on pense réussir.
• Faire attention au nombre de points de chaque exercice pour estimer le temps approximatif à consacrer à chacun d'eux.
Par exemple, ne pas passer plus de 10 minutes sur un exercice à 3 points, pour pouvoir passer 20 minutes sur un autre à 6 points (durées données à titre indicatif).

› **Rédiger sa copie**
• Penser à mettre en évidence les numéros des exercices.
• Bien séparer les exercices.
• Présenter les exercices dans l'ordre, quitte à laisser des espaces vides.
• Souligner ou encadrer le résultat à la fin de chaque question.
• Ne pas oublier les unités s'il y en a.

Nos conseils selon les types d'exercices

› **QCM.** Le plus souvent aucune justification n'est demandée et une mauvaise réponse n'est pas pénalisée. Il est donc conseillé de répondre au QCM s'il y en a un.
Il peut être utile de faire quelques vérifications ou tests au brouillon, d'utiliser sa calculatrice.

› **Calculs.** Penser à écrire les étapes des calculs. Faire attention aux modalités de réponse indiquées par l'énoncé.

› **Constructions.** Veiller à y apporter le plus grand soin. Laisser apparents les traits de construction.

› **Justifications.** Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. On s'appuie sur les données de l'énoncé et sur les définitions, propriétés, règles étudiées.
Ne pas oublier de conclure.

› **Exercices avec prise d'initiative.** L'énoncé ne guide pas la recherche par des questions intermédiaires. Il faut écrire sur la copie les idées qu'on a eues, même si l'on n'est pas parvenu à conclure. Les essais, les démarches engagées, même non aboutis, seront pris en compte.

› L'évaluation prendra en compte la clarté et la précision des raisonnements.
Toutefois, les solutions exactes, même justifiées de manière incomplète, comme la mise en œuvre d'idées pertinentes, même maladroitement formulées, seront valorisées.

Exercice 4 *(7 points)*
Un pâtissier a préparé 840 financiers et 1 176 macarons. Il souhaite faire des lots tous identiques, en mélangeant financiers et macarons. Il veut utiliser tous les financiers et tous les macarons.

1. a. Sans faire de calcul, expliquer pourquoi les nombres 840 et 1 176 ne sont pas premiers entre eux.

b. Le pâtissier peut-il faire 21 lots ?
Si oui, calculer le nombre de financiers et le nombre de macarons dans chaque lot.

c. Quel est le nombre maximum de lots qu'il peut faire ?
Quelle sera alors la composition de chacun des lots ?

2. Cette année, chaque lot de 5 financiers et 7 macarons est vendu 22,40 €.
L'année dernière, les lots, composés de 8 financiers et de 14 macarons, étaient vendus 42 €.
Aucun prix n'a changé entre les deux années.
Calculer le prix d'un financier et celui d'un macaron.

Exercice 5 *(6 points)*
Trois figures codées sont données ci-dessous. Elles ne sont pas dessinées en vraie grandeur.
Pour chacune d'elles, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$. Justifier.

Figure 1

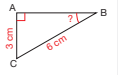
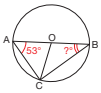


Figure 2



[AB] est un diamètre du cercle de centre O.

Figure 3

Exercice 6 *(6 points)*
Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier.

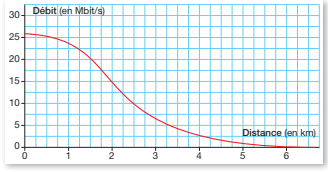
Affirmation 1 : « Le double de $\frac{7}{4}$ est égal à $\frac{7}{2}$. »

Affirmation 2 : « Le carré de $3\sqrt{5}$ est égal à 15. »

Affirmation 3 : « La vitesse moyenne d'un coureur qui parcourt 18 km en une heure est strictement supérieure à celle d'une voiture télécommandée qui parcourt 5 m par seconde. »

Affirmation 4 : « Pour tout nombre x, on a l'égalité : $(3x - 5)^2 = 9x^2 - 25$. »

Exercice 7 *(3 points)*
Le débit d'une connexion internet varie en fonction de la distance du modem au central téléphonique le plus proche. On a représenté ci-contre la fonction qui, à la distance du modem au central téléphonique (en km), associe son débit théorique (en mégabits par seconde).



a. Marie habite à 2,5 km d'un central téléphonique. Quel débit de connexion obtient-elle ?

b. Paul obtient un débit de 20 Mbits/s. À quelle distance du central téléphonique habite-t-il ?

c. Pour pouvoir recevoir la télévision par internet, le débit doit être au moins de 15 Mbits/s.
À quelle distance maximum du central doit-on habiter pour pouvoir recevoir la télévision par internet ?

Chapitre 1

Statistique

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● .....

Note ..... / .....

FICHE 1

Calculer un effectif, une fréquence, une moyenne

● **Effectif, fréquence**

La fréquence d'une donnée est **le quotient** de l'effectif de cette donnée par l'effectif total.

Par exemple, lorsque 12 élèves sur les 24 d'une classe sont des filles, la fréquence des filles dans la classe est $\frac{12}{24}$ c'est-à-dire $\frac{1}{2}$ ou 0,5 ou 50 %.

● **Moyenne d'une série de valeurs**

La moyenne est la somme des valeurs de la série divisée par l'effectif total.

● **Moyenne pondérée par les effectifs**

La moyenne est la somme des produits de chaque valeur par son effectif, divisée par l'effectif total.

★

1 S Le tableau ci-dessous donne le nombre de passagers d'un vol Nantes-Toulouse pendant une semaine.

Jour	L	Ma	Me	J	V	S	D	Total
Effectif	152	143	145	164	189	157	163	1 113

a. Calculer le nombre de passagers le jeudi.

1 113 − (152 + 143 + 145 + 189 + 157 + 163) = 164

164 passagers ont pris ce vol le jeudi.

b. Calculer le nombre moyen de passagers par jour.

$\frac{1113}{7}$ = 159 ainsi il y a eu 159 passagers en moyenne par jour.

2 Arthur a acheté pour sa console trois jeux à 13,60 € l'un et deux jeux à 15,30 € l'un. Quel est le prix moyen d'un de ces jeux vidéo ?

$\frac{13{,}60 \times 3 + 15{,}30 \times 2}{2+3} = \frac{71{,}4}{5} = 14{,}28$

Le prix moyen d'un jeu est 14,28 €.

3 S Compléter ce tableau qui donne la répartition selon leur superficie en m², des magasins d'un centre commercial.

Superficie (en m²)	120	250	550	800	Total
Effectif	32	20	16	12	80
Fréquence (en %)	40	25	20	15	100

★★

4 S **1.** Compléter ce tableau qui présente la répartition de la langue vivante 2 étudiée par les 320 élèves de 4e et 3e d'un collège.

LV2	4e	3e	Total
Espagnol	84	78	162
Allemand	22	24	46
Italien	62	50	112
Total	168	152	320

2. Pour les élèves de 3e qui étudient l'espagnol en LV2, le professeur organise un voyage au Mexique.

a. Combien d'élèves peuvent être concernés par ce voyage ?

b. 24 élèves vont participer au voyage. Est-il vrai que cela représente plus de 12 % des élèves de 3e ?

a. On lit dans le tableau que 78 élèves peuvent être concernés par le voyage.

b. Il y a 152 élèves en 3e.
La fréquence de ceux qui vont participer au voyage est $\frac{24}{152}$ soit environ 15 % (valeur approchée par défaut).
15 % > 12 % donc c'est vrai.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

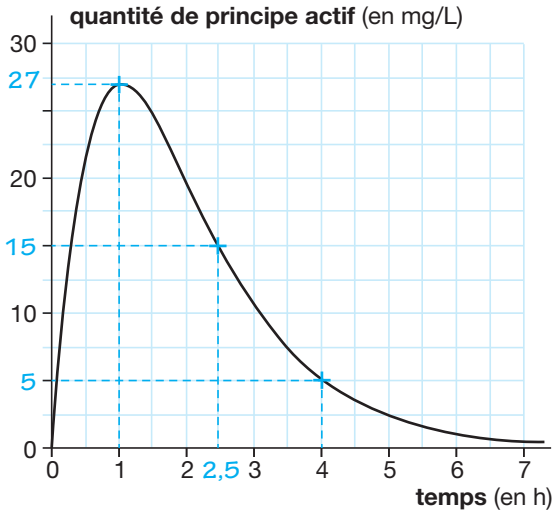
CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 2

Lire ou créer une représentation graphique

★

1 S Ce graphique présente la quantité de principe actif d'un médicament dans le sang, en fonction du temps écoulé depuis la prise de ce médicament.



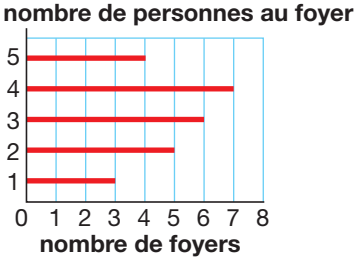
Compléter les phrases ci-dessous à partir de lectures graphiques (faire les tracés utiles).

a. La quantité de principe actif de médicament dans le sang est maximale au bout de 1 heure(s). Cette quantité maximale est environ 27 mg/L.

b. Au bout de 2 h 30 min, la quantité de principe actif de médicament dans le sang est 15 mg/L.

c. Pour que le médicament soit efficace, la quantité de principe actif doit être supérieure à 5 mg /L. Il est efficace pendant 4 heure(s).

2 Calculer le nombre moyen de personnes par foyer.



$1\times3+2\times5+3\times6+4\times7+5\times4=79$
$3+5+6+7+4=25$
Il y a 79 personnes dans 25 foyers.
$\frac{79}{25}=3{,}16$ donc en moyenne, il y a environ 3 personnes par foyer.

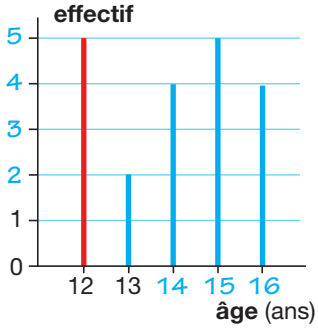
★★

3 S Le tableau ci-dessous présente la répartition des élèves d'un atelier de zumba selon leur âge, ainsi que la fréquence des âges.

Âge	12	13	14	15	16	Total
Effectif	5	2	4	5	4	20
Fréquence (en %)	25	10	20	25	20	100

a. Compléter ce tableau.

b. Compléter le diagramme en bâtons ci-dessous.

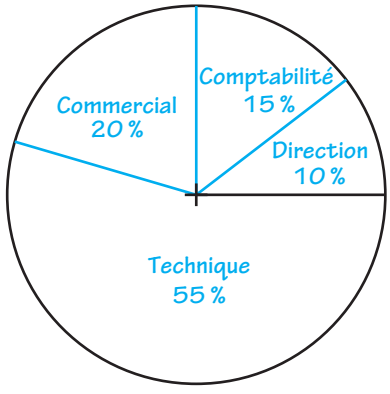


4 S Une entreprise qui compte 60 employés est composée de quatre services : Direction, Comptabilité, Commercial, Technique.

a. Compléter le tableau ci-dessous.

	Effectif	Fréquence (en %)	Angle (en °)
Direction	6	10	36
Comptabilité	9	15	54
Commercial	12	20	72
Technique	33	55	198
Total	60	100	360

b. Compléter le diagramme circulaire ci-dessous.



© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... **Note** ..... / .....

FICHE

3 Déterminer une médiane

● Les valeurs d'une série étant **rangées par ordre croissant**, la médiane est un nombre M tel que :

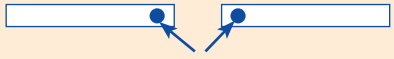
● **au moins la moitié** des valeurs de la série sont inférieures ou égales à M ;

● **au moins la moitié** des valeurs de la série sont supérieures ou égales à M.

● **Détermination pratique**

● Si l'**effectif total** est **impair**, la médiane est **« la valeur du milieu »**.

● Si l'**effectif total** est **pair**, la médiane est la **demi-somme des deux « valeurs du milieu »**.



★

1 Voici une série de valeurs rangées par ordre croissant.

14 16 19 20 23 27 28

On se propose d'en déterminer la médiane.

a. Quel est l'effectif total de cette série ? .7.

b. Compléter.

Le nombre de valeurs de la série est .impair.

7 = 2 × .3. + .1. donc la médiane est la .4e. valeur de la série.

14 16 19 | 20 | 23 27 28

.3. valeurs .3. valeurs

La médiane de cette série est ...20....

c. La médiane est-elle une valeur de la série ? .Oui.

2 Voici une série de valeurs rangées par ordre croissant.

9 12 15 17 21 23 25 30

On se propose d'en déterminer la médiane.

a. Quel est l'effectif total de cette série ? .8.

b. Compléter.

Le nombre de valeurs de la série est ...pair....

8 = 2 × .4. donc la médiane est la ..demi-somme..... des .4e. et .5e. valeurs de la série.

9 12 15 17 | 21 23 25 30

.4. valeurs .4. valeurs

$\frac{17+21}{2}=\frac{38}{2}=19$

Donc la médiane de cette série est ...19....

c. La médiane est-elle une valeur de la série ? .Non.

★★

3 Voici des séries de valeurs rangées par ordre croissant. Dans chaque cas, indiquer la médiane.

a. 7 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 Médiane = .10.

b. –3 ; –1 ; 3 ; 6 Médiane = $\frac{-1+3}{2}=1$

c. 4 ; 6 ; 8 ; 8 ; 9 ; 11 Médiane = .8.

4 **a.** Déterminer la médiane de cette série de températures (en °C).

4 2 1 3 –1 –4 –3 –5 –1 0 –2 –2 –1 2

On range les 14 valeurs dans l'ordre croissant.

–5 –4 –3 –2 –2 –1 (–1) (–1) 0 1 2 2 3 4

7 valeurs 7 valeurs

14 = 2 × 7 donc la médiane est la demi-somme des 7e et 8e valeurs, toutes les deux égales à –1.

La température médiane est donc –1 °C.

b. Quel pourcentage de températures sont inférieures ou égales à –1° C ?

$\frac{8}{14}\approx 0{,}57$ donc environ 57 % de ces températures sont inférieures ou égales à –1° C.

c. On supprime les deux températures extrêmes –5 et 4.

Quelle est la médiane de la nouvelle série ?

La nouvelle série est composée de 12 valeurs :

–4 –3 –2 –2 –1 (–1) (–1) 0 1 2 2 3

La médiane est la demi-somme des 6e et 7e températures : – 1 et – 1.

La médiane ne change pas, elle est encore –1 °C.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE

4 Déterminer les quartiles

Les valeurs d'une série étant **rangées par ordre croissant**,
- le **premier quartile** est la plus petite valeur Q_1 de la série telle qu'**au moins le quart** des valeurs de la série sont **inférieures** ou **égales** à Q_1 ;
- le **troisième quartile** est la plus petite valeur Q_3 de la série telle qu'**au moins les trois quarts** des valeurs de la série sont **inférieures** ou **égales** à Q_3.

★

1 Voici une série de neuf valeurs.
17 11 13 25 18 37 6 10 20
On se propose d'en déterminer les premier et troisième quartiles Q_1 et Q_3.

a. Ranger ces valeurs dans l'ordre croissant.

6 10 11 13 17 18 20 25 37

b. • Calculer le quart de l'effectif total.

$\frac{1}{4} \times 9 = 2{,}25$

• Ce nombre n'étant pas entier, on prend le plus petit nombre entier qui lui est supérieur.
Donc le premier quartile Q_1 est la 3e valeur de la série. Ainsi Q_1 = 11.

c. • Calculer les trois quarts de l'effectif total.

$\frac{3}{4} \times 9 = 6{,}75$

• Ce nombre n'étant pas entier, on prend le plus petit nombre entier qui lui est supérieur.
Donc le troisième quartile Q_3 est la 7e valeur de la série. Ainsi Q_3 = 20.

2 Martin a noté chaque jour d'une semaine les longueurs (en km) de ses joggings.

L ↦ 3,8 V ↦ 3,5
Ma ↦ 4,3 S ↦ 4,6
Me ↦ 2,7 D ↦ 2,9
J ↦ 5

a. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3.

On range les 7 distances par ordre croissant :
2,7 2,9 3,5 3,8 4,3 4,6 5
• $\frac{1}{4} \times 7 = 1{,}75$; Q_1 est la 2e valeur. $Q_1 = 2{,}9$ km.
• $\frac{3}{4} \times 7 = 5{,}25$; Q_3 est la 6e valeur. $Q_3 = 4{,}6$ km.

b. Compléter.
Au moins 50 % de ces distances sont comprises entre 2,9 km et 4,6 km.

★★

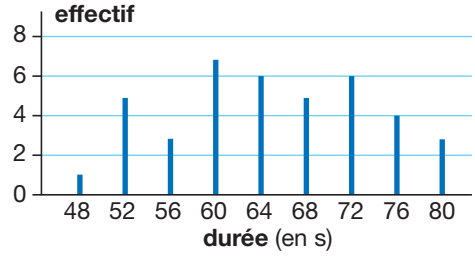
3 Dans chaque cas, déterminer mentalement les quartiles Q_1 et Q_3. Les entourer.

a. 4 7 (9) 10 11 18 20 25 (27) 31 32 46

b. 13 (16) 19 24 (29) 32

c. 2 5 (5) 5 10 10 15 (15) 17 17

4 Voici les durées (en secondes) de 40 parties jouées par José à un jeu vidéo.



a. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3.

• $\frac{1}{4} \times 40 = 10$ donc Q_1 est la 10e valeur.
1 + 5 + 3 = 9 et 9 + 7 = 16 donc la 10e valeur est 60. Ainsi, $Q_1 = 60$ s.
• $\frac{3}{4} \times 40 = 30$ donc Q_1 est la 30e valeur.
16 + 6 + 5 = 27 et 27 + 6 = 33 donc la 30e valeur est 72. Ainsi, $Q_3 = 72$ s.

b. Le fabricant de ce jeu annonce : « Vous avez 75 % de chances de jouer chaque partie dans une durée comprise entre 1 min et 1 min 12 s. » Est-ce le cas de José ?

1 min = 60 s ; 1 min 12 s = 72 s.
7 + 6 + 5 + 6 = 24 $\frac{24}{40} = 0{,}6$
donc José a réussi 60 % de ses parties entre 1 min et 1 min 12 s. L'annonce du fabricant n'est pas vraie pour José.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE

5 Résumer une série statistique

● **Étendue d'une série**
C'est la **différence entre la plus grande et la plus petite** des valeurs de la série.

● **Résumé d'une série**
On détermine les différents indicateurs : moyenne, médiane, quartiles, étendue.

★

1 Diégo, boulanger, souhaite tester auprès de ses clients une nouvelle variété de sandwichs. Il note chaque jour le nombre de ces sandwichs vendus. Voici son relevé du mois de juin.

2	3	5	7	12	7	5	7	4	7
16	5	4	2	5	3	7	12	2	3
5	2	16	4	3	16	4	3	4	5

a. Compléter le tableau des effectifs ci-dessous.

Nombre de sandwichs par jour	2	3	4	5	7	12	16
Effectif	4	5	5	6	5	2	3

b. Calculer le nombre moyen m de sandwichs que Diégo a vendus par jour en juin.

$m = \frac{2\times4+\ldots+16\times3}{30} = \frac{180}{30} = 6$ (sandwichs par jour)

c. Déterminer le nombre médian M de la série.

L'effectif total est pair (30 relevés).
$30 = 2 \times 15$ donc la médiane est la demi-somme des 15^e et 16^e valeurs
$4+5+5=14$ et $14+6=20$
donc ces deux valeurs sont 5. Ainsi M = 5.

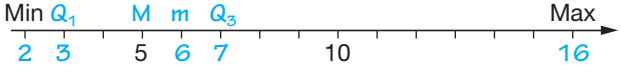
d. Déterminer les quartiles Q_1 et Q_3 de la série.

• $\frac{1}{4} \times 30 = 7{,}5$ donc Q_1 est la 8^e valeur.
$4+5=9$ donc la 8^e valeur est 3. Ainsi $Q_1 = 3$.
• $\frac{3}{4} \times 30 = 22{,}5$ donc Q_3 est la 23^e valeur.
La 20^e valeur est 5 (voir **c.**) ; $20+5=25$
donc la 23^e valeur est 7. Ainsi $Q_3 = 7$.

e. Calculer l'étendue de la série.

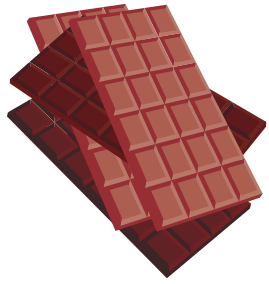
16 – 2 = 14 donc l'étendue de la série est 14.

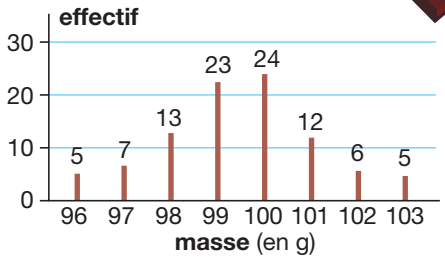
f. Compléter ce résumé.



★★

2 Une entreprise qui produit du chocolat fabrique des tablettes de 100 grammes.
Pour vérifier la masse, on prélève un échantillon.
En voici les résultats.





1. Élaborer un résumé statistique de cette série.

• **Masse moyenne m**
$5+7+13+23+24+12+6+5=95$
$m = \frac{96\times5+\ldots+103\times5}{95} = \frac{9\,449}{95}$ $m \approx 99{,}5$ g
• **Masse médiane M**
L'effectif total est impair (95 tablettes).
$95 = 2 \times 47 + 1$; la médiane est la 47^e masse.
M = 99 g.
• **Quartiles Q_1 et Q_3**
$\frac{1}{4} \times 95 = 23{,}75$. La 24^e masse : $Q_1 = 98$ g.
$\frac{3}{4} \times 95 = 71{,}25$. La 72^e masse : $Q_3 = 100$ g.
• **Étendue :** 103 – 96 = 7. L'étendue est 7 g.

2. Vrai ou faux ? Expliquer.

a. Environ un quart des tablettes a une masse inférieure ou égale à 99 g.

b. Le consommateur qui achète des tablettes produites par cette entreprise peut se sentir lésé.

a. Faux car $Q_1 = 98$ g. Un quart des tablettes ont une masse inférieure ou égale à 98 g.
b. Vrai car au moins la moitié des tablettes ont une masse inférieure ou égale à 99 g (médiane).

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

FICHE 6

OBJECTIF BREVET

Sélection de sujets de Brevet

★★

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

QCM

A	L'étendue de la série 1 ; 2 ; 5 ; 4 ; 5 ; 7 ; 8 ; 9 ; 5 ; 6 est…	5	10	(8)
B	La médiane de la série 1 ; 2 ; 3 ; 3,5 ; 3,7 ; 3,8 ; 4 ; 5 ; 5,5 est…	3,5	(3,7)	4,5
C	La médiane de cette série est… **Masse (en kg)** : 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 **Effectif** : 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 4	(7,5)	7	4
D	Le premier quartile Q_1 de la série 8 ; 5 ; 11 ; 20 ; 11 ; 15 ; 8 ; 5 ; 22 est…	3	(8)	5
E	Dire qu'en 2013, l'âge médian des Français est 40,6 ans signifie que…	un Français sur deux a 40,6 ans	(50 % ou plus des Français ont 40,6 ans ou plus)	(au moins 50 % des Français ont 40,6 ans ou moins)

1 Réfléchir avant de répondre

X et Y sont deux entreprises de 100 personnes qui ont fait paraître les informations suivantes :

Âge moyen	X	Y
Hommes	51	54
Femmes	36	39

Effectif	X	Y
Hommes	50	20
Femmes	50	80

Claire dit à son frère : « En moyenne, on est plus vieux chez Y que chez X ».
Qu'en pensez-vous ?
L'évaluation tiendra compte des observations et étapes de recherche, même incomplètes ; les faire apparaître sur la copie.

D'après *DNB*

Ce n'est pas parce que dans le premier tableau l'âge moyen des hommes et celui des femmes de l'entreprise Y sont supérieurs à ceux de l'entreprise X que Claire a raison. Il faut tenir compte de la répartition hommes/femmes dans chaque entreprise.

- *Âge moyen dans l'entreprise X*
Il y a autant d'hommes que de femmes
donc $\frac{51+36}{2}=\frac{87}{2}=43{,}5$
- *Âge moyen dans l'entreprise Y*
$\frac{54\times20+39\times80}{20+80}=\frac{4\,200}{100}=42$
L'âge moyen chez X est de 43,5 ans et seulement de 42 ans chez Y.
Claire n'a pas raison.

2 Comprendre une situation

Dans un club de tir à l'arc A, sur 30 membres, il y a 40 % de cadets.
Dans un autre club de tir à l'arc B, sur 20 membres, il y a 60 % de cadets.
Les deux clubs se regroupent.
Quel est alors le pourcentage de cadets ?

D'après *DNB*

- $\frac{40}{100}\times30=12$ $\frac{60}{100}\times20=12$
Il y a 12 cadets dans le club A et 12 cadets dans le club B.
- $12+12=24$ *et* $30+20=50$
$\frac{24}{50}=\frac{48}{100}$ *donc il y a 48 % de cadets en tout.*

3 Examiner une affirmation

Vrai ou faux ? Justifier.
« Dans une série de données numériques, la médiane de la série est toujours strictement supérieure à la moyenne ».

D'après *DNB*

Cette affirmation est fausse.
Par exemple, pour la série 1 ; 5 ; 33 :
- *la médiane est 5 (la valeur du milieu),*
- *la moyenne est 13* $\left(\frac{1+5+33}{3}=\frac{39}{3}=13\right)$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

4 Utiliser des informations

Les informations suivantes concernent les salaires des hommes et des femmes d'une entreprise.

Salaires des femmes

1 200 € | 1 230 € | 1 250 € | 1 310 € | 1 376 €
1 400 € | 1 440 € | 1 500 € | 1 700 € | 2 100 €

Salaires des hommes

effectif total : 20 moyenne : 1 769 €
étendue : 2 400 € médiane : 2 000 €
Ils sont tous différents.

a. Comparer le salaire moyen des hommes et celui des femmes.

b. Le plus bas salaire de l'entreprise est 1 000 €. Quel est le plus élevé ?

c. Dans cette entreprise, combien de personnes gagnent plus de 2 000 € ?

D'après *DNB*

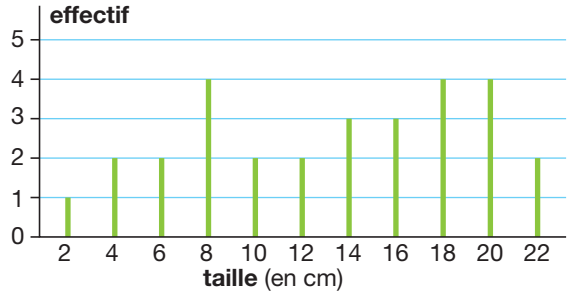
a. Il y a 10 femmes dans l'entreprise.
La somme de leurs salaires est 14 506 €.
14 506 € : 10 = 1 450,60 €
1 450,60 < 1 769
En moyenne, une femme gagne 1 450,60 € par mois ; c'est inférieur au salaire moyen des hommes.

b. 1 000 € n'est pas le salaire d'une femme, donc c'est le salaire d'un homme.
Comme l'étendue des salaires des hommes est 2 400 €, on effectue :
2 400 € + 1 000 € = 3 400 €.
Le salaire le plus élevé pour les hommes est 3 400 €, ce qui est supérieur au salaire le plus élevé pour les femmes (2 100 €).
Donc le salaire le plus élevé est 3 400 €.

c. • Une seule femme gagne plus de 2 000 €.
• Le salaire médian des hommes est 2 000 €.
Tous leurs salaires sont différents et il y a un nombre pair d'hommes, donc aucun homme ne gagne 2 000 €.
D'après la définition d'une médiane, plus de la moitié des hommes gagnent plus de 2 000 €.
Or l'effectif total est pair, donc en fait exactement la moitié, soit 10 hommes, gagnent plus de 2 000 €.
• 10 + 1 = 11
En conclusion 11 personnes gagnent plus de 2 000 €.

5 Étudier une série statistique

Un professeur de SVT a demandé à des élèves d'une classe de 6e de faire germer des graines de blé. Le diagramme ci-dessous donne les tailles des plantules 7 jours après la mise en germination.



a. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?

b. Donner l'étendue de la série.

c. Calculer, en cm, la moyenne de la série. Arrondir au dixième.

d. Déterminer la médiane de cette série. Interpréter le résultat.

e. Le professeur a fait la même expérience. Prouver que, si on ajoute sa donnée, la médiane ne changera pas.

D'après *DNB*

a. 1 + 2 + 2 + 4 + 2 + 2 = 13
13 plantules ont une taille de 12 cm ou moins.

b. 22 − 2 = 20 donc l'étendue est 20 cm.

c. $m = \dfrac{2\times1+4\times2+\ldots+22\times2}{1+2+\ldots+2} = \dfrac{384}{29}$
$m \approx 13{,}2$ cm
La moyenne est environ 13,2 cm.

d. 29 = 2 × 14 + 1 ; la médiane est la 15e valeur.

$\underbrace{2\,;4;4\,;\ldots;14}_{\text{14 valeurs}}$ $\underset{\text{médiane}}{14}$ $\underbrace{14\,;16\,;\ldots;22}_{\text{14 valeurs}}$

La médiane est 14 cm.
Au moins la moitié des plantules mesurent 14 cm ou plus.

e. Quelle que soit la taille de la plantule du professeur, la répartition des tailles est :

$\underbrace{2\,;\ldots;14}_{\text{15 valeurs}}$ $\underbrace{14\,;\ldots;22}_{\text{15 valeurs}}$

La nouvelle médiane est la demi-somme des 15e et 16e tailles, toutes deux égales à 14, donc la médiane reste égale à 14 cm.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

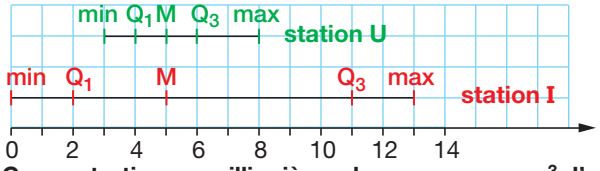
CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 7

Perfectionnement

★★★

1 La pollution atmosphérique est contrôlée chaque jour, heure par heure, par des stations de mesures.
On s'intéresse aux mesures obtenues pour le dioxyde de soufre dans deux stations, l'une notée U, située en zone urbaine et l'autre notée I, située en zone industrialisée.
Voici les résumés statistiques des relevés pour les stations U et I (M désigne la médiane) un jeudi.



Concentration en millionième de gramme par m³ d'air

1. Pour chacune des stations, indiquer la médiane et l'étendue de la série de mesures.

Station U : médiane 5 ; étendue = 8 – 3 = 5 .....

Station I : médiane 5 ; étendue = 13 – 0 = 13 .....

2. Dire, en citant les indicateurs statistiques utilisés, sur quelle(s) station(s) ce jeudi :

a. la moitié des mesures au moins sont inférieures ou égales à 5.

Les deux (5 est la médiane des deux séries). .....

b. 75 % des mesures au moins sont inférieures ou égales à 6.

Sur la station U, car 6 est le 3e quartile. .....

c. 50 % des mesures sont comprises entre 2 et 11.

Sur la station I, car 2 et 11 sont les 1er et 3e quartiles. .....

3. En quoi les deux séries se distinguent-elles ?

La série de mesures de la station I est beaucoup plus dispersée que celle de la station U (étendues : 13 pour I et 5 pour U).
Les mesures de la station U sont beaucoup plus régulières que celles de la station I (écarts entre les quartiles : 2 pour U et 9 pour I).

2 On a demandé aux 99 employés d'une usine de noter le temps total passé dans les transports pendant une semaine.
Voici leurs réponses, exprimées en heures, consignées dans une feuille de calcul.

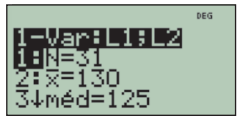
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	1	3	4	4	5	2	7	4	3	2	7
2	5	2	8	9	8	10	8	7	11	9	6
3	3	7	10	2	5	2	5	5	7	5	10
4	6	5	3	4	7	6	3	9	12	7	3
5	2	6	5	10	7	6	13	7	6	10	11
6	7	6	11	7	8	6	7	3	8	5	6
7	8	7	5	10	4	11	8	5	12	7	9
8	7	6	3	7	11	8	8	7	6	4	7
9	9	3	10	6	5	8	12	5	3	8	6

a. Ouvrir un tableur et saisir ces mesures.

b. Afficher la moyenne, la médiane et l'étendue des temps de transports.
Indiquer ci-dessous la formule saisie ainsi que la valeur affichée, si besoin arrondie au dixième.

	Formule	Réponse (en h)
Moyenne	=MOYENNE(A1:K9)	6,5 environ
Médiane	=MEDIANE(A1:K9)	..... 7 .....
Étendue	=MAX(A1:K9) - MIN(A1:K9) .	..... 12 .....

3 On a réalisé des mesures d'enneigement (en cm) dans une station des Alpes chaque matin d'un mois de mars.



Il en ressort les indicateurs statistiques ci-dessus.
Pendant combien de jours peut-on estimer que l'enneigement a été de 125 cm au moins ?

125 cm est la médiane de la série, donc au moins la moitié des mesures lui sont supérieures ou égales.
Les mesures (en cm) étant rangées dans l'ordre croissant, 125 est la 16e valeur (il y a 31 jours en mars).

… ; … ; … (15 valeurs) 125 … ; … ; … (15 valeurs)

125 peut aussi être une des 15 premières valeurs.
L'enneigement a été de 125 cm au moins pendant au moins 16 jours.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

Chapitre 2

Notion de probabilité

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● .....
● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● .....

Note ..... / .....

FICHE 8

Vocabulaire des probabilités

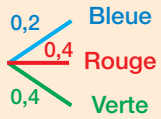
SOCLE

- **Une expérience** est **aléatoire** lorsqu'on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.
- **Chaque résultat possible** d'une expérience aléatoire est **une issue** de l'expérience.

Le sac ci-contre contient 5 boules indiscernables au toucher.
On tire **au hasard** une boule de ce sac. On note sa couleur.
Cette expérience aléatoire admet 3 **issues** : « Rouge » ; « Verte » ; « Bleue ».
On a **2 chances sur 5** de tirer une boule rouge.

La **probabilité** de tirer une boule rouge est $\frac{2}{5}$ ou **0,4** ou **40 %**.

Arbre pondéré par les probabilités



- La probabilité d'une issue est un **nombre compris entre 0 et 1**.
- La **somme** des probabilités des issues d'une expérience aléatoire **est égale à 1**.

★

1 Dans chaque cas, dire s'il s'agit d'une expérience aléatoire.

a. Choisir ses habits. Non .....

b. Lancer un dé et noter le chiffre obtenu. Oui .....

2 Cléa lance une pièce de monnaie non truquée.

a. Combien y a-t-il d'issues possibles ? 2 .....

b. Cléa dit avoir obtenu Pile huit fois de suite.
Cochez les affirmations exactes.

☐ C'est impossible.

☒ Il est peu probable que Cléa ait obtenu Pile huit fois de suite.

☐ Au prochain lancer Cléa a plus de chances d'obtenir Face que Pile.

☒ Au prochain lancer Cléa a autant de chances d'obtenir Face que Pile.

c. Aron lance un dé à 6 faces.
A-t-il plus de chances d'obtenir un 6 que Cléa d'obtenir Pile ?

Aron a une chance sur six d'obtenir un 6.
Cléa a une chance sur deux d'obtenir Pile.
$\frac{1}{2} > \frac{1}{6}$ donc Cléa a plus de chances d'obtenir Pile qu'Aron d'obtenir un 6.

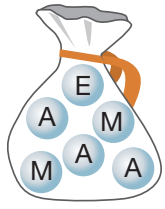
★★

3 Dans un collège, il y a 408 filles et 392 garçons.
Un élève frappe à la porte d'une salle.
Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

$408 + 392 = 800$ $\quad \frac{408}{800} = 0{,}51$

La probabilité est 0,51 ou 51 %.

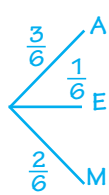
4 On tire au hasard une boule de ce sac et on lit sa lettre.



a. Quelles sont les issues possibles ?

A, E, M .....

b. Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.



5 On lance une pièce truquée pour laquelle la probabilité d'obtenir Pile est 0,6.
Quelle est la probabilité d'obtenir Face ?

La somme des probabilités des deux issues Pile et Face est égale à 1. $1 - 0{,}6 = 0{,}4$
donc la probabilité d'obtenir Face est 0,4.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE

9 Probabilité d'un événement

SOCLE

Un évènement est constitué par des issues d'une expérience aléatoire.

• L'événement « Tirer une boule rouge ou verte » **est réalisé** par l'issue « Rouge » ou l'issue « Verte ».

• L'événement « Tirer une boule jaune » ne peut pas se produire : il est **impossible**.

• L'événement « Tirer une boule rouge ou verte ou bleue » se produit nécessairement : il est **certain**.

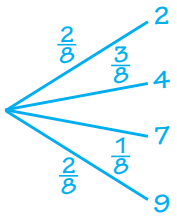
• Deux événements sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps. Lorsque deux événements sont incompatibles, la probabilité pour que l'un ou l'autre se réalise est égale à la somme des probabilités de ces deux événements.

• L'événement **contraire** d'un événement A (noté non A ou $\overline{A}$), est celui qui se réalise lorsque A ne se réalise pas. La somme des probabilités d'un événement et de son contraire est égale à 1.

★

1 On tourne cette roue et l'on note le nombre en face de la flèche.

1. Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.



2. Dans chaque cas, indiquer les issues qui réalisent l'événement :

• L : « Obtenir un nombre pair » : 2 et 4 .....

• M : « Obtenir un multiple de 3 » : 9 .....

• N : « Obtenir un nombre supérieur à 5 » : 7 et 9 ...

3. Donner les probabilités $p(L)$, $p(M)$ et $p(N)$ en écriture décimale.

4. Que peut-on dire des événements :

a. L et M ? **b.** L et N ?

3. $p(L)=\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8}=0{,}625$

$p(M)=\frac{2}{8}=0{,}25$ $p(N)=\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3}{8}=0{,}375$

4. a. L et M sont des événements incompatibles.

b. L et N sont des événements contraires.

★★

2 En ligue 1 de football, la probabilité que l'équipe qui reçoit gagne le match est 0,48 et la probabilité qu'il y ait un match nul est 0,31. Donner la probabilité que l'équipe qui reçoit :

a. ne perde pas le match **b.** perde le match

a. L'événement A « Ne pas perdre le match » est réalisé par les deux issues : Gagner le match et Faire match nul.
$P(A)=0{,}48+0{,}31=0{,}79$

b. Les événements « Perdre le match » et « Ne pas perdre le match » sont contraires donc $p(\text{non A})=1-p(A)=1-0{,}79=0{,}21$

3 Lors d'une partie de scrabble, on tire un de ces 10 jetons au hasard.

A_1 C_3 E_1 E_1 H_4 J_8 M_2 M_2 Q_8 X_{10}

Quelle est la probabilité d'obtenir :

a. une consonne ? **b.** une voyelle ?

c. un jeton qui vaut moins de 4 points ?

d. une lettre du mot RAME ?

a. Il y a 3 jetons marqués d'une voyelle donc la probabilité est $\frac{3}{10}$ ou 0,3.

b. $1-0{,}3=0{,}7$ donc la probabilité est 0,7.

c. 6 jetons valent moins de 4 points donc la probabilité est $\frac{6}{10}$ ou 0,6.

d. Les jetons A ; E ; E ; M ; M conviennent donc la probabilité est $\frac{5}{10}$ ou 0,5.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE

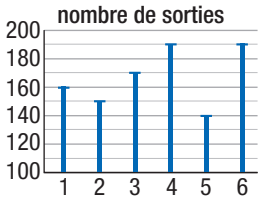
10 Expériences aléatoires à une épreuve

SOCLE

★

1 On a lancé 1 000 fois un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.

a. Ce diagramme indique les résultats des lancers. Déterminer la fréquence de l'événement : « Obtenir un nombre impair ».



b. Quelle est la probabilité de l'événement : « Obtenir un nombre impair » ?

c. Expliquer l'écart entre les réponses obtenues aux questions **a.** et **b.**.

a. Les nombres impairs sont 1, 3 et 5.

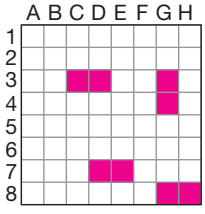
$\frac{160+170+140}{1000}=0{,}47$

donc la fréquence est 0,47.

b. La probabilité est $\frac{3}{6}=0{,}5$.

c. La fréquence d'une issue varie d'une série de lancers à une autre. Quand on augmente le nombre de lancers, cette fréquence a tendance à se rapprocher de plus en plus de la probabilité « théorique ».

2 Lionel a placé quatre bateaux sur cette grille de bataille navale. Agnès désigne au hasard l'une des cases de la grille. Calculer les probabilités :



a. p_1 qu'un bateau soit touché.

b. p_2 qu'une case voisine (par un côté ou un sommet) d'un bateau soit touchée.

c. p_3 que ni un bateau, ni une case voisine d'un bateau ne soient touchés.

a. Les bateaux occupent 8 cases sur les 64.

d'où $p_1=\frac{8}{64}=\frac{1}{8}=0{,}125$.

b. $10\times3+2=32$

ainsi 32 cases sont voisines de bateaux

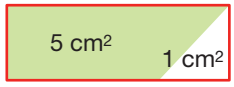
d'où $p_2=\frac{32}{64}=0{,}5$.

c. $p_3=1-(0{,}125+0{,}5)=0{,}375$.

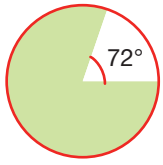
★★

3 Kenza a le choix entre deux jeux où un ordinateur place de façon aléatoire un point dans la surface délimitée en rouge. Elle gagne si le point est dans la zone verte. Quel jeu a-t-elle intérêt à choisir ?

Jeu 1



Jeu 2



• $5+1=6$.

La probabilité de gagner au jeu 1 est $\frac{5}{6}$.

• $360°-72°=288°$

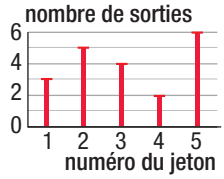
La probabilité de gagner au jeu 2 est $\frac{288}{360}$.

• $\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$ et $\frac{288}{360}=\frac{4}{5}=\frac{24}{30}$

$\frac{25}{30}>\frac{24}{30}$

Kenza a intérêt à choisir le jeu 1.

4 Un sac opaque contient des jetons numérotés de 1 à 5. On y pioche un jeton au hasard et on lit son numéro. Ce diagramme résume les sorties de tous les jetons du sac.



a. Quelle est la probabilité de sortir un jeton numéro 2 ?

b. Combien de jetons doit-on ajouter au minimum dans le sac pour que la probabilité de sortir un jeton portant le numéro 2 soit $\frac{1}{7}$?

a. $3+5+4+2+6=20$

Il y a 20 jetons dans le sac.

$\frac{5}{20}=0{,}25$ donc la probabilité de sortir un jeton numéro 2 est 0,25.

b. $\frac{1}{7}=\frac{5}{35}$; pour que la probabilité soit $\frac{1}{7}$, il suffit qu'il y ait 35 jetons dans le sac.

$35-20=15$; il faut ajouter au minimum 15 jetons qui ne portent pas le numéro 2.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 11

Expériences aléatoires à deux épreuves

Sur l'arbre des possibles d'une expérience aléatoire à deux épreuves, une succession de deux branches est appelée **un chemin**.
La probabilité de l'issue auquel conduit un chemin est égale **au produit des probabilités** rencontrées le long de ce chemin.

★

1 Un sac contient trois boules blanches et une boule noire. Un autre sac contient deux jetons noirs et trois jetons blancs.

On tire au hasard une boule dans le premier sac et on note sa couleur. Puis on sort au hasard un jeton du second sac et on note sa couleur.
Par exemple, l'issue (N ; B) signifie que l'on a tiré une boule noire et un jeton blanc.

1. a. Indiquer la probabilité sur chaque branche de cet arbre des possibles.

Premier sac	Second sac	Issue	Probabilité
N	N	(N ; N)	$\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{20}$
N	B	(N ; B)	$\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$
B	N	(B ; N)	$\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{20}$
B	B	(B ; B)	$\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{20}$

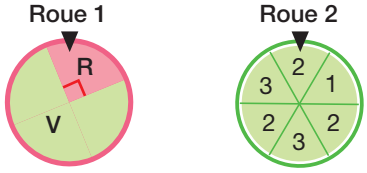
b. Compléter les issues et calculer la probabilité de chacune d'elles.

2. Calculer la probabilité d'obtenir une boule et un jeton de la même couleur.

On note C l'événement : « Obtenir une boule et un jeton de la même couleur ».
C est réalisé par les issues (N ; N) et (B ; B)
donc $p(C)=\frac{2}{20}+\frac{9}{20}=\frac{11}{20}$.
La probabilité est $\frac{11}{20}$.

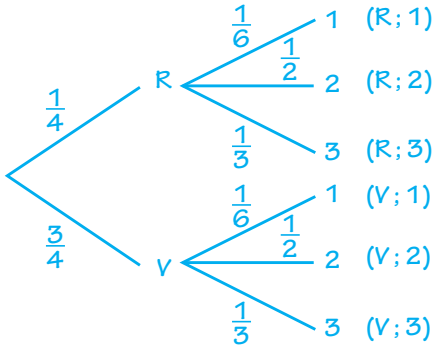
★★

2 On fait tourner chaque roue l'une après l'autre.



Si on obtient R avec Roue 1 puis 2 avec Roue 2, on note le résultat (R ; 2).
Lucie a parié sur l'issue (V ; 2).
Quelle probabilité a-t-elle de gagner ?

On peut réaliser cet arbre des possibles.



$P(V;2)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

La probabilité que Lucie gagne est $\frac{3}{8}$.

3 Un restaurant propose un menu composé d'une entrée et d'un plat.
Le client a le choix entre 4 entrées et 3 plats.
Quelle est la probabilité qu'une personne commande une quiche et un poisson ?

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$ donc la probabilité est $\frac{1}{12}$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 12

Avec la calculatrice, avec un tableur

★

1 On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 100 et on se propose d'approcher, avec la fonction RANDOM d'une calculatrice, la probabilité de l'événement E :
« Le nombre obtenu est un multiple de 3 ».

1. a. Pour afficher un nombre entier compris entre 1 et 100, entrer la séquence :

ALPHA Ran# RanInt SECONDE ; 1 , 3 100 EXE

(Casio *fx*-92 Collège 2D +)

ou maths ▶ ▶ ▼ entrer 1 2nde ; , 100 entrer

(TI-Collège Plus Solaire)

b. Noter le nombre obtenu s'il est multiple de 3.

c. Appuyer ensuite sur la touche EXE ou entrer pour afficher un nouveau nombre. Si le nombre obtenu est un multiple de 3, le noter ci-dessous. Recommencer afin d'afficher 50 nombres.

d. Calculer la fréquence des multiples de 3 pour les 50 nombres obtenus.

Exemple

c. 48 ; 3 ; 57 ; 81 ; 66 ; 24 ; 96 ; 36 ; 21 ; 87 ; 72 ; 42 ; 66.

d. Il y a 13 multiples de 3 parmi les 50 nombres.
$\frac{13}{50} = 0{,}26$ donc la fréquence est 0,26.

2. a. Quel est le nombre de multiples de 3 parmi les nombres entiers de 1 à 100 ?

b. Quelle est la probabilité de l'événement E ?

c. Comparer cette probabilité avec la fréquence obtenue à la question **1. d.** Expliquer.

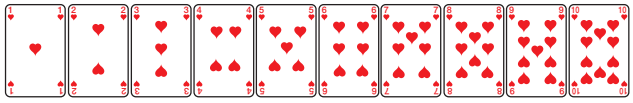
a. Il y a 33 multiples de 3 entre 1 et 100.

b. $p(E) = \frac{33}{100} = 0{,}33$

c. $0{,}26 \neq 0{,}33$
La fréquence d'une issue varie d'une série de tirages à une autre. Il faudrait réaliser un très grand nombre de tirages pour que cette fréquence se rapproche de plus en plus de la probabilité « théorique ».

★★

2 On joue avec ces dix cartes (numérotées de 1 à 10). On tire au hasard l'une d'elles, on la remet dans le tas puis on tire une nouvelle carte.



On calcule ensuite la différence des points affichés sur les deux cartes obtenues.
On se propose d'estimer avec un tableur la probabilité de l'événement D :
« La différence des points est strictement supérieure à 4 ».

1. a. Réaliser cette feuille de calcul.

	A	B	C
1	Carte 1	Carte 2	Différence
2			

b. En cellule A2, saisir
=ALEA.ENTRE.BORNES(1;10)
pour afficher un nombre entier de 1 à 10.

c. Recopier cette formule dans la cellule B2.

d. En cellule C2, saisir
=MAX(A2;B2)-MIN(A2;B2)
pour calculer la différence des points.

e. En cellule D2, saisir =SI(C2>4;1;0) qui renvoie 1 si le contenu de C2 est strictement supérieur à 4 et 0 sinon.

f. Sélectionner la plage de cellules A2 : D2 puis la recopier vers le bas jusqu'à la ligne 1001 pour simuler 1 000 fois l'expérience.

g. Saisir =SOMME(D2:D1001)/1000 en cellule F2. Que signifie la valeur affichée pour la situation ?

2. a. Taper sur CTRL+MAJ+F9 pour actualiser la feuille et observer la fréquence affichée.

b. Renouveler plusieurs fois cette réactualisation. En déduire une estimation de la probabilité de l'évènement D.

1. g. Ce résultat correspond à la fréquence de l'événement D pour les 1 000 simulations.

2. b. La probabilité de l'événement D semble proche de 0,3.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

FICHE 13

OBJECTIF BREVET

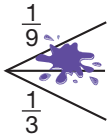
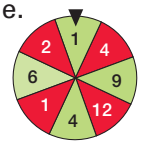
Sélection de sujets de Brevet

★★

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

QCM

A	Dans une urne se trouvent 10 fanions indiscernables au toucher : 6 rouges et 4 jaunes. La probabilité de sortir un fanion rouge est…	6	$\frac{3}{5}$	0,6
B	Pour cet arbre, la probabilité manquante sous la tache est… 	$\frac{7}{9}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{9}$
C	On fait tourner cette roue. Les événements N : « Tomber sur 9 » et R : « Tomber sur une case rouge » sont… 	incompatibles	contraires	certains
D	Pour la roue de la question C, la probabilité de tomber sur…	un nombre pair est $\frac{5}{8}$	un nombre pair situé sur une case verte est 0,25	un multiple de 3 est $\frac{3}{8}$
E	On fait tourner la roue de la question C deux fois de suite. La probabilité de tomber…	deux fois sur un nombre pair est $\frac{10}{8}$	deux fois sur une case verte est 0,25	au moins une fois sur un nombre pair est $\frac{55}{64}$

1 ▶ *Comprendre une situation*

Caroline souhaite s'équiper pour faire du roller.
Elle a le choix entre une paire de rollers gris à 87 € et une paire de rollers noirs à 99 €.
Pour le casque elle hésite entre trois modèles qui coûtent respectivement 45 €, 22 € et 29 €.

1. Si elle choisit son équipement (casque et paire de rollers) au hasard, quelle est la probabilité pour que l'ensemble lui coûte moins de 130 € ?

2. Elle s'aperçoit qu'en achetant la paire de rollers noirs et le casque à 45 €, elle bénéficie d'une réduction de 20 % sur l'ensemble.

a. Calculer le prix en euros et centimes de cet ensemble après réduction.

b. Cela modifie-t-il la probabilité obtenue à la question **1.** ? Justifier la réponse.

D'après *DNB*

1. *On peut construire un tableau pour visualiser les 6 prix possibles de son équipement.*

Casque (en €)	45	22	29
Rollers gris (87 €)	132	109	116
Rollers noirs (99 €)	144	121	128

4 ensembles sur 6 coûtent moins de 130 € (109 € ; 116 € ; 121 € ; 128 €)
donc la probabilité cherchée est $\frac{4}{6}$ *ou* $\frac{2}{3}$.

2. a. • $\frac{20}{100} \times 144\,€ = 28{,}80\,€$.
• $144\,€ - 28{,}80\,€ = 115{,}20\,€$.
Le prix de cet ensemble après réduction est 115,20 €.

b. *À présent, 5 ensembles coûtent moins de 130 € ; la probabilité est donc modifiée. Elle est à présent* $\frac{5}{6}$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

2 Calculer des probabilités

Un restaurant propose cinq variétés de pizzas. Voici la carte :

Pizzeria

CLASSIQUE : tomate, jambon, oeuf, champignons
MONTAGNARDE : crème, jambon, pomme de terre, champignons
LAGON : crème, crevettes, fromage
BROUSSARDE : crème, chorizo, champignons
PLAGE : tomate, poivrons, chorizo

a. Je commande une pizza au hasard. Quelle est la probabilité qu'il y ait des champignons ?

b. J'ai commandé une pizza à la crème. Quelle est la probabilité d'avoir du jambon ?

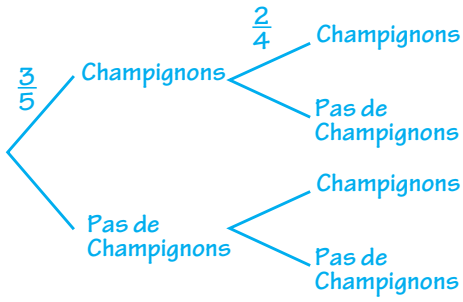
c. Il est possible de commander une pizza composée à moitié d'une variété et à moitié d'une autre. Quelle est la probabilité d'avoir des champignons sur toute la pizza ?
On pourra s'aider d'un arbre des possibles.

D'après *DNB*

a. 3 pizzas sur 5 ont des champignons.
Donc la probabilité qu'il y ait des champignons est $\frac{3}{5}$ ou 0,6.

b. Sur les 3 pizzas à la crème, une seule a du jambon donc la probabilité d'avoir du jambon est $\frac{1}{3}$.

c. Une fois que l'on a choisi la première moitié, il ne reste plus que 4 choix de pizzas pour la seconde moitié, dont deux ont des champignons.
La probabilité d'avoir des champignons sur la seconde moitié de pizzas est $\frac{2}{4}$.
On peut construire cet arbre des possibles.



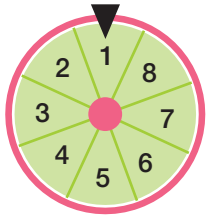
$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = 0{,}3$
Donc la probabilité d'avoir des champignons sur toute la pizza est 0,3.

3 Étudier une expérience à deux épreuves

Pour gagner le gros lot dans une fête foraine, il faut d'abord tirer une boule rouge dans une urne, puis obtenir un multiple de trois en tournant une roue.

a. L'urne contient 6 boules vertes, 5 boules blanches et des boules rouges.
Le responsable annonce : « 50 % de chances de tirer une boule rouge ».
Combien y a-t-il de boules rouges dans l'urne ?

b. On fait maintenant tourner la roue séparée en huit secteurs numérotés de 1 à 8 comme indiqué ci-contre.
Quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de 3 ?



c. Pierre décide de participer au jeu.
Quelle est la probabilité qu'il gagne le gros lot ?

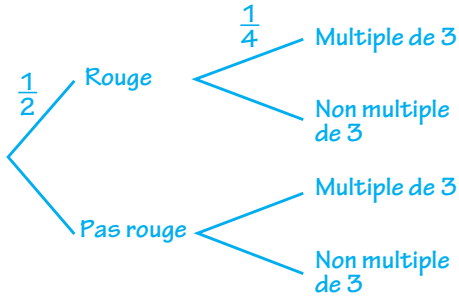
D'après *DNB*

a. • $6 + 5 = 11$
Il y a 11 boules vertes ou blanches.

• La phrase « 50 % de chances de tirer une boule rouge » signifie qu'il y a autant de boules rouges que de boules vertes ou blanches.
Donc il y a 11 boules rouges dans l'urne.

b. Il y a deux multiples de 3 sur la roue : 3 et 6.
Donc la probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

c. On peut construire cet arbre des possibles.



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$
Donc la probabilité que Pierre gagne le gros lot est $\frac{1}{8}$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE
14 Perfectionnement

★★★

1 Sur Internet, Elie a un nouveau contact. On sait seulement qu'il est un élève de la classe de 3eB du collège de Cluses.
Dans cette classe de 3eB,
• 60 % des élèves sont des filles,
• 50 % des filles et 75 % des garçons habitent à Cluses.

1. Dessiner un arbre pondéré par les probabilités qui représente cette situation.

2. Calculer la probabilité que le contact d'Elie soit :

a. une fille.

b. une fille qui habite à Cluses.

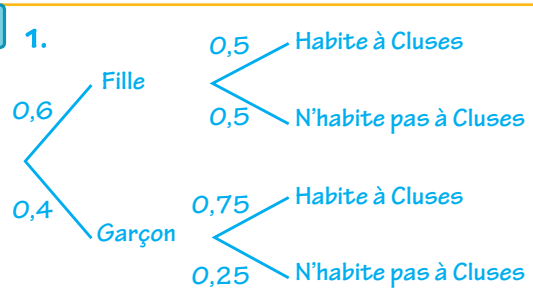
c. un garçon qui habite à Cluses.

3. Déterminer la probabilité que le contact d'Elie :

a. habite à Cluses.

b. n'habite pas à Cluses.

1.



2. a. La probabilité que le contact d'Elie soit une fille est 0,6.

b. $0,6 \times 0,5 = 0,3$ donc la probabilité que son contact soit une fille de Cluses est 0,3.

c. $0,4 \times 0,75 = 0,3$ donc la probabilité que son contact soit un garçon de Cluses est 0,3.

3. a. Le contact est soit une fille qui habite à Cluses soit un garçon qui habite à Cluses.
$0,3 + 0,3 = 0,6$ donc la probabilité que son contact habite à Cluses est 0,6.

b. Les événements « Le contact habite à Cluses » et « Le contact n'habite pas à Cluses » sont des événements contraires.
$1 - 0,6 = 0,4$ donc la probabilité que le contact d'Elie n'habite pas à Cluses est 0,4.

2 On fait tourner ces deux roues et on s'intéresse à la somme des nombres obtenus. On gagne un prix si cette somme est un nombre pair.

a. Compléter ce tableau afin d'obtenir toutes les sommes possibles.

		Roue A			
	+	1	2	4	8
Roue B	3	4	5	7	11
	5	6	7	9	13
	7	8	9	11	15
	9	10	11	13	17

b. Quelle est la probabilité p de gagner un prix ?
il y a 4 résultats pairs sur les 16 donc $p = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ .....

c. À l'intérieur des deux roues ci-dessous, placer les huit mêmes nombres (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 ; 8 ; 9) de façon à augmenter la probabilité de gagner un prix.

d. Quelle est, avec ces deux nouvelles roues, la probabilité de gagner un prix ? $\frac{8}{16}$ ou $\frac{1}{2}$ .....

3 Une urne contient 12 boules blanches et 6 boules vertes.
On ajoute des boules rouges et la probabilité de tirer une boule blanche devient alors 0,3.
Combien de boules rouges a-t-on ajoutées ?

On note x le nombre total de boules.
• La probabilité de tirer une boule blanche est $\frac{12}{x} = 0,3$. D'où : $0,3x = 12$ et $x = \frac{12}{0,3} = 40$.
• $40 - (12 + 6) = 22$.
Donc on a ajouté 22 boules rouges.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

Chapitre 3

Nombres entiers et rationnels

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 15

Critères de divisibilité

- Si **le chiffre des unités** d'un nombre est :
  0, 2, 4, 6 ou 8 — 0 ou 5
  alors ce nombre est…
  divisible par 2 — **divisible par 5**
- Si **la somme des chiffres** d'un nombre est :
  divisible par 3 — divisible par 9
  alors ce nombre est…
  divisible par 3 — **divisible par 9**

★

1 **a.** Que fait-on pour savoir si le nombre 267 est ou non divisible par 3 ?

On ajoute les chiffres.

b. En déduire si 267 est ou non divisible par 3.

2 + 6 + 7 = 15 et 15 = 3 × 5

267 est divisible par 3.

2 Compléter chaque case par oui ou non.

Est divisible	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
576	oui	oui	non	oui	non
640	oui	non	oui	non	oui
951	non	oui	non	non	non

3 Voici une liste de nombres entiers :

50 ; 72 ; 120 ; 245 ; 319 ; 405 ; 792 ; 810

Parmi ces nombres, lesquels sont divisibles :

a. par 2 ? 50 ; 72 ; 120 ; 792 ; 810

b. par 5 ? 50 ; 120 ; 245 ; 405 ; 810

c. par 9 ? 72 ; 405 ; 792 ; 810

d. à la fois par 2 et par 5 ? 50 ; 120 ; 810

e. à la fois par 2, par 5 et par 9 ? 810

4 Maeva affirme : « Un nombre divisible par 5 et par 10 est aussi divisible par 50. »
Qu'en pensez-vous ?

C'est faux. 20 est un nombre divisible par 5 et par 10, mais pas par 50.

★★

5 **a.** Pour savoir si un nombre est divisible par 4, Julie utilise une propriété :
« Si le nombre formé par le chiffre des dizaines et celui des unités est divisible par 4, alors ce nombre est divisible par 4. »
Utiliser cette propriété pour montrer que ces nombres sont divisibles par 4.

724	956	1 392
24 = 4 × 6	56 = 4 × 14	92 = 4 × 23

b. Entourer les nombres divisibles par 4.

114 — 316 — 548 — 862 — 1 040 — 25 552

6 Dans chaque cas, indiquer, si possible, un (ou plusieurs) nombre(s) entier(s) compris entre 238 et 257, divisible(s) :

a. par 2 et par 3 : 240 ; 246 ; 252

b. par 5 et par 9 : .....

c. par 9 mais pas par 2 : 243

d. par 4 mais pas par 3 : 244 ; 248 ; 256

7 Je suis un nombre de quatre chiffres, tous différents, divisible par 5 et par 9.
Mon chiffre des dizaines est le double de mon chiffre des centaines. Mon chiffre des unités de mille divise tous les nombres. Qui suis-je ?

Il est divisible par 5, donc son chiffre des unités est 5 ou 0.
Son chiffre des unités de mille est 1.
Son chiffre des dizaines est le double de son chiffre des centaines, donc voici les possibilités (4 chiffres tous différents) :
1 240 ; 1 245 ; 1 360 ; 1 365 ; 1 480 ; 1 485.
Le seul divisible par 9 est 1 485. Réponse : 1 485

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 16

Diviseurs communs à deux entiers. PGCD

- $42 = 3 \times 14$ donc **3** est **un diviseur** de 42 *ou* 42 est **un multiple** de 3 *ou* 42 est **divisible** par 3.
- $15 = 5 \times 3$ et $20 = 5 \times 4$ **5** est **un diviseur commun** à 15 et à 20.
- a et b désignent deux nombres entiers non nuls.
PGCD (a ; b) est **le plus grand diviseur commun** de a et b.
- Deux nombres entiers sont **premiers entre eux** si leur seul diviseur commun est 1.
Leur PGCD est 1.

★

1 S Dans chaque cas, donner un diviseur commun, autre que 1, aux deux nombres.

a. 21 et 27 3 ..... **b.** 63 et 35 7 .....

c. 612 et 495 3 (ou 9) ... **d.** 100 et 125 5 (ou 25) ..

2 S **a.** Écrire 72 sous forme d'un produit de deux nombres entiers (donner toutes les solutions).

1 × 72 ; 2 × 36 ; 3 × 24 ; 4 × 18 ; 6 × 12 ; 8 × 9 .....

b. En déduire la liste des diviseurs de 72.

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36 ; 72 .....

3 S **1. a.** Écrire les listes des diviseurs de 36, puis de 48.

Diviseurs de 36 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36 .....

Diviseurs de 48 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 48 ..

b. Entourer dans les listes ci-dessus, les diviseurs communs à 36 et à 48.

c. Le plus grand diviseur commun à 36 et 48 est ....12.... Donc PGCD (36 ; 48) = 12. .....

2. Vérifier avec la calculatrice.

- **Casio *fx*-92 Collège 2D +**

SECONDE PGCD (CALC) 36 SECONDE (;) 3 48 EXE

- **TI-Collège Plus Solaire**

maths 1:PGCD(entrer 36 2nde , 48 entrer

4 **a.** Écrire les listes des diviseurs de 15 et de 8.

Diviseurs de 15 : 1 ; 3 ; 5 ; 15 .....

Diviseurs de 8 : 1 ; 2 ; 4 ; 8 .....

b. 15 et 8 ont-ils d'autres diviseurs que 1 ? Non ...

c. Les nombres 15 et 8 sont premiers entre eux. .....

★★

5 S Vrai ou faux ? Justifier.

a. Le PGCD de 52 et 39 est 13.

Les diviseurs de 52 sont : 1 ; 2 ; 4 ; 13 ; 26 ; 52. .....

Les diviseurs de 39 sont : 1 ; 3 ; 13 ; 39. .....

Le PGCD de 52 et 39 est bien 13. C'est vrai. .....

b. Le PGCD de 20 et 60 est 10.

20 est le tiers de 60 donc PGCD (20 ; 60) = 20 .....

C'est faux. .....

6 S Un pâtissier veut répartir 30 cookies et 45 macarons dans des sachets tous identiques, en utilisant tous les gâteaux.

a. Peut-il faire 5 sachets ?

Oui, car 30 et 45 sont divisibles par 5. .....

b. Peut-il faire 6 sachets ?

Non, car 45 n'est pas divisible par 6. .....

c. Compléter : le nombre de sachets doit être un diviseur commun à 30 et à 45. .....

d. Combien de sachets peut-il faire au maximum ? Avec quelle composition ?

Diviseurs de 30 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30
Diviseurs de 45 : 1 ; 3 ; 5 ; 9 ; 15 ; 45
PGCD (30 ; 45) = 15
$30 = 15 \times 2$ et $45 = 15 \times 3$
Il pourra faire 15 sachets au maximum, contenant chacun 2 cookies et 3 macarons.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 17

Utiliser un algorithme donnant le PGCD

● Algorithme des soustractions successives

1. On calcule la différence des deux nombres.
2. On remplace les deux nombres par **le plus petit des deux** et **leur différence**.

On s'arrête quand on a obtenu 0.
Le PGCD cherché est **la dernière différence non nulle**.

● Algorithme des divisions successives (ou d'Euclide)

1. On effectue la division euclidienne des deux nombres.
2. On remplace les deux nombres par **le plus petit des deux** et **le reste**.

On s'arrête quand on a obtenu 0.
Le PGCD cherché est **le dernier reste non nul**.

★

1 On se propose de déterminer le PGCD de 105 et de 60 par la méthode des soustractions successives.

a. Compléter le tableau ci-dessous ligne par ligne.

Étape	*a*	*b*	*a* – *b*
1	105	60	45
2	60	45	15
3	45	15	30
4	30	15	(15)
5	15	15	0

b. Entourer la dernière différence non nulle et conclure. PGCD (105 ; 60) = 15.

2 Déterminer le PGCD de 252 et de 357 par la méthode des soustractions successives.

① 357 – 252 = 105
② 252 – 105 = 147
③ 147 – 105 = 42
④ 105 – 42 = 63
⑤ 63 – 42 = 21
⑥ 42 – 21 = (21)
⑦ 21 – 21 = 0
Donc PGCD (252 ; 357) = 21.

3 On se propose de déterminer le PGCD de 75 et de 30 par la méthode des divisions successives.

a. Effectuer la division euclidienne de 75 par 30 avec la calculatrice :
- **Casio *fx*-92 Collège 2D +** : 75 ⊢ 30 EXE
- **TI-Collège Plus Solaire** : 75 2nde ÷ 30 entrer

b. Compléter le tableau ci-dessous ligne par ligne.

Étape	*a*	*b*	Reste
1	75	30	(15)
2	30	15	0

Donc PGCD (75 ; 30) = 15.

★★

4 On se propose de déterminer le PGCD de 378 et de 297 par la méthode des divisions successives.

a. Compléter le tableau ci-dessous ligne par ligne, à l'aide de la calculatrice.

Étape	*a*	*b*	Reste
1	378	297	81
2	297	81	54
3	81	54	(27)
4	54	27	0

b. Entourer le dernier reste non nul et conclure.

PGCD (378 ; 297) = 27.

5 Déterminer le PGCD de 5 148 et de 2 431 par la méthode des divisions successives.

Étape	*a*	*b*	Reste
1	5 148	2 431	286
2	2 431	286	(143)
3	286	143	0

Donc PGCD (5 148 ; 2 431) = 143.

6 **a.** Déterminer le PGCD de 371 et de 73 par la méthode des divisions successives.

Étape	*a*	*b*	Reste
1	371	73	6
2	73	6	(1)
3	6	1	0

Donc PGCD (371 ; 73) = 1.

b. Que peut-on en déduire ?

Les nombres 371 et 73 sont premiers entre eux.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... **Note** ..... / .....

FICHE

18 Fractions irréductibles

Une **fraction** est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Elle ne peut plus être simplifiée.

Pour **rendre irréductible** une fraction, on peut :
- utiliser les critères de divisibilité ;
- utiliser une calculatrice (touche ou) ;
- diviser son numérateur et son dénominateur par leur PGCD.

★

1 À l'aide des critères de divisibilité, simplifier mentalement chaque fraction.

a. $\frac{60}{50} = \frac{6}{5}$ **b.** $\frac{21}{27} = \frac{7}{9}$

c. $\frac{90}{135} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$ **d.** $\frac{78}{24} = \frac{39}{12} = \frac{13}{4}$

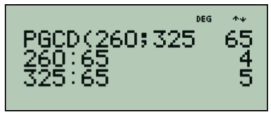
2 Avec la calculatrice, donner la fraction irréductible égale à :

a. $\frac{354}{126} = \frac{59}{21}$ **b.** $\frac{3\,441}{4\,588} = \frac{3}{4}$ **c.** $\frac{1\,075}{430} = \frac{5}{2}$

3 Tommy a commencé à rendre irréductible la fraction $\frac{260}{325}$ à l'aide de sa calculatrice.

Terminer son travail.

$\frac{260}{325} = \frac{65 \times 4}{65 \times 5} = \frac{4}{5}$



4 **1.** Justifier sans calcul que 850 et 725 ne sont pas premiers entre eux.

Ils sont tous les deux divisibles par 5, donc ils ont au moins un diviseur commun autre que 1.

2. a. Déterminer par la méthode de votre choix, en détaillant les étapes, le PGCD de 850 et 725.

Avec l'algorithme d'Euclide :

Étape	a	b	Reste
1	850	725	125
2	725	125	100
3	125	100	(25)
4	100	25	0

Donc PGCD (850 ; 725) = 25.

b. En déduire la fraction irréductible égale à $\frac{850}{725}$.

$\frac{850}{725} = \frac{25 \times 34}{25 \times 29} = \frac{34}{29}$

★★

5 **a.** Écrire chaque nombre sous forme d'une fraction irréductible ou d'un entier.

$A = \frac{210}{280}$ $B = \frac{108}{27}$ $C = 3{,}24$ $D = \frac{105}{45}$

$A = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$ $B = \frac{12}{3} = 4$

$C = \frac{324}{100} = \frac{162}{50} = \frac{81}{25}$ $D = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$

b. Lilou affirme : « A et D sont des nombres rationnels décimaux ». Qu'en pensez-vous ?

$A = \frac{3}{4} = 0{,}75$ mais la division de 7 par 3 ne s'arrête pas, donc A est un nombre rationnel décimal, mais pas D.

6 **a.** Les nombres 420 et 1 110 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

Non, car ils sont divisibles par 10.

b. Écrire la fraction $\frac{420}{1\,110}$ sous la forme la plus simple possible. Expliquer la démarche.

Exemple de réponse : $\frac{420}{1\,110} = \frac{42}{111} = \frac{14}{37}$.
On a simplifié par 10, puis par 3.
Les diviseurs de 14 sont 1 ; 2 ; 7 et 14 et ceux de 37 sont 1 et 37 donc PGCD (14 ; 37) = 1.
Donc $\frac{14}{37}$ est une fraction irréductible.

7 Déterminer deux nombres entiers a et b tels que : PGCD (a ; b) = 75 et $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$.

$\frac{a}{b} = \frac{2 \times PGCD(a\,;b)}{3 \times PGCD(a\,;b)}$ donc $\frac{a}{b} = \frac{2 \times 75}{3 \times 75} = \frac{150}{225}$

Alors $a = 150$ et $b = 225$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE

19 Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire (1)

a, *b*, *c* nombres relatifs ($c \neq 0$)

● Addition – Soustraction

● $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ ● $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$

● Lorsque les quotients n'ont pas le même dénominateur, on commence par les réduire au même dénominateur (un multiple commun aux dénominateurs).

a, *b*, *c*, *d* nombres relatifs ($b \neq 0$; $d \neq 0$)

● Multiplication

● $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ ● $a\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{d}$

● Division

● $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ ($c \neq 0$) ● $a:\frac{c}{d}=a\times\frac{d}{c}$

$\frac{d}{c}$ est l'inverse de $\frac{c}{d}$

★

1 S Dire si chaque affirmation est vraie (V) ou fausse (F) et justifier la réponse.

a. $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{18}$ F

$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{2+5}{9}=\frac{7}{9}$

b. Le double de $\frac{9}{4}$ est $\frac{9}{2}$. V

$2\times\frac{9}{4}=\frac{2\times9}{4}=\frac{2\times9}{2\times2}=\frac{9}{2}$

c. $2+\frac{4}{3}=\frac{6}{3}$ F

$2+\frac{4}{3}=\frac{6}{3}+\frac{4}{3}=\frac{10}{3}$

d. $\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{15}{28}$ V

$\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{3\times5}{4\times7}=\frac{15}{28}$

2 S Calculer à la main et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{3}{4}+\frac{5}{8}=\frac{6}{8}+\frac{5}{8}=\frac{6+5}{8}=\frac{11}{8}$

b. $\frac{7}{6}-\frac{2}{3}=\frac{7}{6}-\frac{4}{6}=\frac{7-4}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

c. $\frac{1}{9}-\frac{1}{6}=\frac{2}{18}-\frac{3}{18}=\frac{2-3}{18}=-\frac{1}{18}$

3 S Calculer à la main et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

a. $\frac{5}{8}\times\frac{8}{3}=\frac{5\times8}{8\times3}=\frac{5}{3}$

b. $2\times\frac{9}{10}=\frac{2\times9}{10}=\frac{2\times9}{2\times5}=\frac{9}{5}$

c. $\frac{8}{45}\times\frac{9}{4}=\frac{8\times9}{45\times4}=\frac{4\times2\times9}{9\times5\times4}=\frac{2}{5}$

4 Calculer à la main et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible ou d'un entier.

a. $\frac{3}{4}:\frac{2}{5}=\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}=\frac{3\times5}{4\times2}=\frac{15}{8}$

b. $10:\frac{5}{3}=10\times\frac{3}{5}=\frac{10\times3}{5}=\frac{5\times2\times3}{5}=6$

★★

5 **1. a.** Écrire les premiers multiples (non nuls) de 9 et de 12.

Multiples de 9 : 9 ; 18 ; 27 ; (36) ; 45 ; 54 ...

Multiples de 12 : 12 ; 24 ; (36) ; 48 ; 60 ...

b. En déduire un multiple commun à 9 et à 12. 36

2. Calculer $A=\frac{5}{12}-\frac{2}{9}$ sous forme d'une fraction irréductible.

$A=\frac{5\times3}{12\times3}-\frac{2\times4}{9\times4}=\frac{15}{36}-\frac{8}{36}=\frac{15-8}{36}=\frac{7}{36}$

6 **a.** Déterminer par la méthode de votre choix le PGCD de 1 755 et 1 053.

Avec l'algorithme d'Euclide :

Étape	*a*	*b*	Reste
1	1 755	1 053	702
2	1 053	702	(351)
3	702	351	0

Donc PGCD (1 755 ; 1 053) = 351.

b. En déduire que $\frac{1\,053}{1\,755}+\frac{2}{5}=1$

$\frac{1053}{1755}+\frac{2}{5}=\frac{351\times3}{351\times5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=\frac{5}{5}=1$

7 $A=\frac{4}{3}-\frac{2}{5}$ $B=\frac{4}{3}+\frac{2}{5}$ $C=\frac{A}{B}$.

Calculer C sous forme d'une fraction irréductible.

$A=\frac{4\times5}{3\times5}-\frac{2\times3}{5\times3}=\frac{20}{15}-\frac{6}{15}=\frac{20-6}{15}=\frac{14}{15}$

$B=\frac{20}{15}+\frac{6}{15}=\frac{20+6}{15}=\frac{26}{15}$

$C=\frac{14}{15}:\frac{26}{15}=\frac{14}{15}\times\frac{15}{26}=\frac{14\times15}{15\times26}=\frac{14}{26}=\frac{7}{13}$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 20

Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire (2)

Règles de calcul

- Dans **une suite d'additions et de soustractions** (ou bien de multiplications et de divisions), on effectue les calculs **de la gauche vers la droite**.
- Dans **une suite d'opérations sans parenthèses**, on effectue **les multiplications et les divisions avant** les additions et les soustractions.
- Dans **une suite d'opérations où figurent des parenthèses**, on effectue **d'abord** les calculs entre parenthèses.

★

1 $A = \frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{3}$

Calculer A sous forme d'une fraction irréductible.

$A = \frac{3\times3}{4\times3} - \frac{5\times2}{6\times2} + \frac{7\times4}{3\times4} = \frac{9}{12} - \frac{10}{12} + \frac{28}{12}$

$A = \frac{27}{12} = \frac{9}{4}$

2 $B = \frac{4}{5} - \left(\frac{7}{10} - \frac{5}{6}\right)$

Calculer B sous forme d'une fraction irréductible.

$B = \frac{4}{5} - \left(\frac{21}{30} - \frac{25}{30}\right) = \frac{4}{5} - \frac{-4}{30} = \frac{4}{5} + \frac{2}{15}$

$B = \frac{12}{15} + \frac{2}{15} = \frac{14}{15}$

3 $A = 2 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ $B = \frac{3}{4} - \frac{5}{4} : 2$

Calculer A et B sous la forme de fractions irréductibles.
Vérifier avec la calculatrice.

$A = 2 + \frac{2\times1}{3\times4} = 2 + \frac{2}{12} = 2 + \frac{1}{6} = \frac{12}{6} + \frac{1}{6} = \frac{13}{6}$

$B = \frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{5\times1}{4\times2} = \frac{3}{4} - \frac{5}{8} = \frac{6}{8} - \frac{5}{8} = \frac{1}{8}$

4 Choisir et entourer la réponse correcte parmi les trois proposées. Justifier.

$x = \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{9}{8}$ est égal à :

a. 0 **b.** $\left(-\frac{1}{6}\right)$ **c.** $\frac{5}{3}$

$x = \frac{4}{3} - \frac{4\times9}{3\times8} = \frac{4}{3} - \frac{4\times3\times3}{3\times4\times2}$

$x = \frac{4}{3} - \frac{3}{2} = \frac{8}{6} - \frac{9}{6} = -\frac{1}{6}$

★★

5 $A = \frac{1}{4} - \frac{2}{7} \times \frac{21}{8}$ $B = \frac{6}{5} : \left(2 - \frac{3}{10}\right)$

Calculer A et B sous forme de fractions irréductibles.

$A = \frac{1}{4} - \frac{2\times21}{7\times8}$

$A = \frac{1}{4} - \frac{2\times7\times3}{7\times2\times4}$

$A = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

$B = \frac{6}{5} : \left(\frac{20}{10} - \frac{3}{10}\right)$

$B = \frac{6}{5} : \frac{17}{10} = \frac{6}{5} \times \frac{10}{17}$

$B = \frac{6\times5\times2}{5\times17} = \frac{12}{17}$

6 $C = \left(\frac{6}{5} - \frac{7}{3}\right) : \frac{7}{5}$ $D = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} : \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)$

Calculer C et D sous forme de fractions irréductibles.

$C = \left(\frac{18}{15} - \frac{35}{15}\right) : \frac{7}{5}$

$C = \frac{-17}{15} : \frac{7}{5} = \frac{-17}{15} \times \frac{5}{7}$

$C = -\frac{17\times5}{15\times7} = -\frac{17\times5}{5\times3\times7}$

$C = -\frac{17}{21}$

$D = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} : \left(\frac{8}{6} - \frac{3}{6}\right)$

$D = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} : \frac{5}{6}$

$D = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} \times \frac{6}{5}$

$D = \frac{3}{4} + \frac{6}{4} = \frac{9}{4}$

7 On donne $a = \frac{2}{3}$, $b = -2$ et $c = \frac{1}{6}$.

Calculer : $A = a - (b - c)$ et $B = a \times \frac{b}{c}$.

$A = \frac{2}{3} - \left(-2 - \frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3} - \left(-\frac{12}{6} - \frac{1}{6}\right)$

$A = \frac{2}{3} - \frac{-13}{6} = \frac{4}{6} + \frac{13}{6} = \frac{17}{6}$

$B = \frac{2}{3} \times (-2) : \frac{1}{6} = -\frac{4}{3} \times \frac{6}{1} = -\frac{4\times6}{3\times1}$

$B = -\frac{4\times3\times2}{3} = -8$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

FICHE 21

OBJECTIF BREVET

Sélection de sujets de Brevet

★★

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque questions, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

QCM

Note ..... / 5

A	Les diviseurs communs à 30 et 42 sont…	1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 et 7	1 ; 2 ; 3 ; 5 et 7	1 ; 2 ; 3 et 6
B	Le PGCD de 91 et 119 est…	1	7	13
C	La fraction irréductible égale à $\frac{270}{720}$ est…	$\frac{27}{72}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1,5}{4}$
D	$\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{5}{4}$ est égal à…	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{12}$	$-\frac{1}{3}$
E	Un propriétaire terrien a vendu le quart de sa propriété en 2010, puis le tiers du reste en 2013. Aujourd'hui, il lui reste…	la moitié de sa propriété	$1-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\right)$ de sa propriété	$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)$ de sa propriété

1 Vrai ou faux ?

Pour chacune des affirmations, indiquer si elle est vraie ou fausse en argumentant la réponse.

a. $\frac{1}{8}$ est un nombre décimal.

b. 75 a exactement cinq diviseurs.

c. Le PGCD de 18 et de 36 est 9.

d. Deux nombres impairs sont toujours premiers entre eux.

e. Le nombre $\frac{5}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{4}{3}$ est égal à $\frac{19}{21}$.

D'après *DNB*

a. $\frac{1}{8}=0,125$.
0,125 est un nombre décimal
donc l'affirmation est vraie.

b. Diviseurs de 75 : 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 ; 75.
75 a six diviseurs
donc l'affirmation est fausse.

c. 36 étant le double de 18, le PGCD de 18 et de 36 est 18. L'affirmation est fausse.

d. Voici un contre-exemple : 9 et 15 sont deux nombres impairs ; mais ils ne sont pas premiers entre eux car ils sont deux multiples de 3.
L'affirmation est fausse.

e. $\frac{5}{7}+\frac{1}{7}\times\frac{4}{3}=\frac{5}{7}+\frac{4}{21}=\frac{15}{21}+\frac{4}{21}=\frac{19}{21}$
donc l'affirmation est vraie.

2 Comprendre une situation

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et 88 cm de largeur. Il a reçu cette consigne : « Découpez dans ces plaques des carrés identiques, dont les longueurs des côtés sont un nombre entier de centimètres et de façon à ne pas avoir de perte. »

1. Peut-il choisir de découper des carrés de 10 cm de côté ? de 11 cm de côté ? Justifier.

2. On lui impose désormais de découper des carrés les plus grands possibles.

a. Quelle sera la longueur du côté d'un carré ?

b. Combien y aura-t-il de carrés par plaque ?

D'après *DNB*

1. Il ne peut pas découper des carrés de 10 cm de côté, car 88 n'est pas divisible par 10.
Il peut découper des carrés de 11 cm de côté, car 110 et 88 sont divisibles par 11.

2. a. Diviseurs de 88 :
1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 11 ; 22 ; 44 ; 88.
Diviseurs de 110 :
1 ; 2 ; 5 ; 10 ; 11 ; 22 ; 55 ; 110.
Donc PGCD (110 ; 88) = 22.
Ainsi la longueur du côté d'un carré est 22 cm.

b. 110 : 22 = 5 et 88 : 22 = 4
5 × 4 = 20 ainsi il découpe 20 carrés par plaque.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

3 ▶ Utiliser une question intermédiaire

a. Calculer $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$.

b. Au goûter, Lise mange $\frac{1}{4}$ du paquet de gâteaux qu'elle vient d'ouvrir. De retour du collège, sa sœur Agathe mange les $\frac{2}{3}$ des gâteaux restants dans le paquet entamé par Lise. Il reste alors 5 gâteaux.

Quel était le nombre initial de gâteaux dans le paquet ?

Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

D'après *DNB*

a. $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$.

b. Après le goûter de Lise, il reste $\frac{3}{4}$ du paquet de gâteaux.

Agathe mange les $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$ du paquet.

À elles deux, elles mangent $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$ du paquet, c'est-à-dire $\frac{3}{4}$ du paquet (question **a.**).

Il reste donc $\frac{1}{4}$ du paquet, soit 5 gâteaux.

$5\times4=20$ donc le paquet contenait 20 gâteaux.

4 ▶ Rendre irréductible une fraction

1. Justifier sans calcul que 850 et 714 ne sont pas premiers entre eux.

2. a. Déterminer le PGCD de 850 et 714 par la méthode de votre choix. Détailler les étapes.

b. En déduire la fraction irréductible égale à $\frac{850}{714}$.

D'après *DNB*

1. 850 et 714 sont pairs donc ils sont divisibles par 2 et ne sont pas premiers entre eux.

2. a. Avec l'algorithme d'Euclide :

Étape	a	b	Reste
1	850	714	136
2	714	136	34
3	136	34	0

Le PGCD de 850 et 714 est le dernier reste non nul donc PGCD (850 ; 714) = 34.

b. $\frac{850}{714}=\frac{34\times25}{34\times21}=\frac{25}{21}$

5 ▶ Effectuer des calculs

$A=\frac{3}{5}-\frac{5}{7}\times\frac{21}{10}$ $\quad$ $B=\frac{3}{4}-\frac{9}{18}:\frac{5}{9}$

Calculer A et B sous forme de fractions irréductibles.

D'après *DNB*

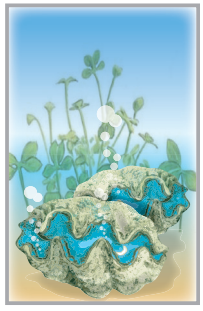
$A=\frac{3}{5}-\frac{5\times21}{7\times10}$ $\quad$ $B=\frac{3}{4}-\frac{9}{18}\times\frac{9}{5}$

$A=\frac{3}{5}-\frac{5\times3\times7}{7\times2\times5}$ $\quad$ $B=\frac{3}{4}-\frac{9\times9}{9\times2\times5}$

$A=\frac{3}{5}-\frac{3}{2}$ $\quad$ $B=\frac{3}{4}-\frac{9}{10}$

$A=\frac{6}{10}-\frac{15}{10}=-\frac{9}{10}$ $\quad$ $B=\frac{15}{20}-\frac{18}{20}=-\frac{3}{20}$

6 ▶ Utiliser un PGCD



1. Calculer PGCD (405 ; 315). Préciser la méthode utilisée et indiquer les calculs.

2. Dans les bassins d'une ferme aquacole de bénitiers, on compte 9 bacs contenant chacun 35 bénitiers de 12,5 cm et 15 bacs contenant chacun 27 bénitiers de 17,5 cm.

L'exploitant souhaite répartir la totalité des bénitiers en des lots de même composition, avec le même nombre de bénitiers de chaque sorte.

a. Quel est le plus grand nombre de lots qu'il pourra réaliser ? Justifier.

b. Quelle sera la composition de chaque lot ?

D'après *DNB*

1. Avec des soustractions successives :

① $405-315=90$ $\quad$ ④ $135-90=45$

② $315-90=225$ $\quad$ ⑤ $90-45=45$

③ $225-90=135$ $\quad$ ⑥ $45-45=0$

Le PGCD de 405 et 315 est la dernière différence non nulle donc PGCD (405 ; 315) = 45.

2. a. $9\times35=315$ $\quad$ $15\times27=405$

L'exploitant dispose de 315 bénitiers de 12,5 cm et de 405 bénitiers de 17,5 cm. Le plus grand nombre de lots est le PGCD de 315 et de 405, c'est-à-dire 45. Il fera 45 lots.

b. $315=45\times7$ et $405=45\times9$

Dans chaque lot, il y aura 7 bénitiers de 12,5 cm et 9 bénitiers de 17,5 cm.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE

22 Perfectionnement

★★★

1 On aménage, dans un Aquarium, une salle dédiée à trois espèces de poissons, notées A, B et C.

Voici un tableau donnant le nombre de poissons de chaque espèce.

Espèce	A	B	C
Effectif	154	105	126

a. Calculer le PGCD de 154 et 105, par la méthode de votre choix et en détaillant les étapes.

b. Combien faudrait-il de bassins pour qu'ils contiennent exactement le même nombre de poissons de chacune des espèces A, B et C ?

c. Donner pour chaque espèce, le nombre de poissons qu'il y aurait alors dans un bassin.

a. Avec l'algorithme d'Euclide :

Étape	a	b	Reste
1	154	105	49
2	105	49	7
3	49	7	0

Le PGCD de 154 et 105 est le dernier reste non nul
donc PGCD (154 ; 105) = 7

b. Le nombre de bassins est un diviseur commun de 154, 105 et 126.
7 est le PGCD de 154 et de 105 (d'après **a.**)
$126 = 7 \times 18$
donc 7 est aussi un diviseur de 126.
Il faudrait donc 7 bassins.

c. $154 = 7 \times 22$
$105 = 7 \times 15$
$126 = 7 \times 18$
Dans chaque bassin, il y aura :
- 22 poissons de l'espèce A,
- 15 de l'espèce B,
- 18 de l'espèce C.

2 Ouvrir un tableau et réaliser cette feuille de calcul pour trouver le PGCD de 2 277 et 1 449 avec l'algorithme des soustractions successives (on choisit $a > b$).

	A	B	C
1	*a*	*b*	*a* - *b*
2	2 277	1 449	
3			

a. Quelle formule doit-on entrer dans la cellule C2 ? =A2 - B2

b. Dans la cellule A3, saisir le plus grand des deux nombres écrits dans les cellules B2 et C2 ; dans la cellule B3, saisir le plus petit des deux (utiliser les fonctions MAX et MIN).

c. Recopier C2 en C3, puis étendre la plage A3:C3 jusqu'à obtenir le PGCD de 2 277 et 1 449.

PGCD (2 277 ; 1 449) = 207

3 À la fin du Moyen-Âge, le savant Nicolas Oresme (1323 - 1382) créa les mots « numérateur » et « dénominateur ». Il s'intéressa à la somme des fractions $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8}, \frac{4}{16}, \frac{5}{32}, \frac{6}{64}$.

$A = \frac{1}{2} + \frac{2}{4}$ $B = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8}$ $C = \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16}$ etc.

a. Calculer A, B, C,... sous forme de fractions irréductibles, puis donner leur écriture décimale.

b. Oresme a démontré que ces sommes se rapprochaient d'un certain nombre.
À votre avis, quel est ce nombre ?

a. $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$B = A + \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8}$

$B = \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = \frac{11}{8} = 1{,}375$

$C = B + \frac{4}{16} = \frac{11}{8} + \frac{2}{8}$

$C = \frac{13}{8} = 1{,}625$

$D = C + \frac{5}{32} = \frac{13}{8} + \frac{5}{32}$

$D = \frac{52}{32} + \frac{5}{32}$

$D = \frac{57}{32} = 1{,}78\,125$

$E = D + \frac{6}{64} = \frac{57}{32} + \frac{3}{32}$

$E = \frac{60}{32} = \frac{15}{8} = 1{,}875...$

b. Ces sommes semblent se rapprocher de 2.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

Chapitre 4

Puissances. Calcul littéral

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 23

Puissances d'un nombre relatif

- a désigne un nombre relatif et n un nombre entier positif.

$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ $(n \geqslant 2)$ $\quad a^1 = a$ $\quad a^0 = 1$ $(a \neq 0)$ $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$

- a et b désignent des nombres relatifs non nuls, m et n des nombres entiers relatifs.

$a^m \times a^n = a^{m+n}$ $\quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad (a^m)^n = a^{m \times n}$ $\quad (ab)^n = a^n \times b^n$ $\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

- **L'écriture scientifique** d'un nombre décimal est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal écrit avec **un seul chiffre autre que 0 avant la virgule** et n est un nombre entier relatif.

★

1 Compléter.

a. $5^3 = 5 \times 5 \times 5 =$ 125 **b.** $5^{-2} = \frac{1}{5^{2}} =$ $\frac{1}{25}$

2 Compléter.

a. $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 =$ 10 000

b. $10^{-3} = \frac{1}{10^{3}} = \frac{1}{1\,000} =$ 0,001

3 Écrire sous la forme d'une puissance de 10.

a. Cent mille : 10^5 **b.** Un dix-millième : 10^{-4}

4 Une formule 1 met $\mathbf{13{,}4 \times 10^{-3}}$ **s** pour parcourir 1 m. Un escargot met $\mathbf{7{,}2 \times 10^4}$ **s** pour parcourir 100 m. Donner l'écriture décimale de ces durées.

- $13{,}4 \times 10^{-3}$ s = 0,0134 s
- $7{,}2 \times 10^4$ s = 72 000 s

5 $A = 0{,}047\,3 \times 10^6$ $\quad B = 735 \times 10^{-4}$

a. Donner les écritures décimales de A et B.

A = 47 300 B = 0,0735

b. En déduire les écritures scientifiques de A et B.

A = $4{,}73 \times 10^4$ B = $7{,}35 \times 10^{-2}$

★★

6 On compte **739,2 millions** d'Européens.

1. Compléter ces écritures de ce nombre.

a. $739{,}2 \times 10^{6}$ **b.** $7{,}392 \times 10^8$

c. $73\,920 \times 10^{4}$ **d.** $0{,}007\,392 \times 10^{11}$

2. Entourer son écriture scientifique.

7 Donner l'écriture scientifique.

a. $8\,193{,}4 = 8{,}193\,4 \times 10^3$

b. $0{,}00082 = 8{,}2 \times 10^{-4}$

8 En 2010, les $\mathbf{0{,}68 \times 10^{10}}$ êtres humains ont envoyé $\mathbf{6\,100 \times 10^9}$ SMS. Un SMS a donc été envoyé toutes les $\mathbf{517 \times 10^{-8}}$ s. Donner les écritures scientifiques des nombres écrits en gras.

- $0{,}68 \times 10^{10} = 6{,}8 \times 10^9$
- $6\,100 \times 10^9 = 6{,}1 \times 10^{12}$
- $517 \times 10^{-8} = 5{,}17 \times 10^{-6}$

9 Écrire avec une seule puissance de 2.

a. $2^{15} \times 2^{11} = 2^{15+11} = 2^{26}$ **b.** $2^9 \times 2^{-17} = 2^{9-17} = 2^{-8}$

c. $\frac{2^8}{2^{14}} = 2^{8-14} = 2^{-6}$ **d.** $\frac{2}{2^{-5}} = 2^{1-(-5)} = 2^6$

e. $(2^7)^2 = 2^{7\times2} = 2^{14}$ **f.** $8^5 = (2^3)^5 = 2^{3\times5} = 2^{15}$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 24

Développer

Développer, c'est transformer un produit en une somme.
• $k(a+b) = ka + kb$ • $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$
(k, a, b, c et d nombres relatifs)

★

1 Compléter ces développements.

a. $3(2x+7) = 3 \times \underline{2x} + 3 \times \underline{7} = \underline{6x+21}$

b. $4y(5-2y) = \underline{4y} \times \underline{5} - \underline{4y} \times \underline{2y} = \underline{20y - 8y^2}$

c. $(2z-8)\,3z = \underline{2z} \times \underline{3z} - \underline{8} \times \underline{3z} = \underline{6z^2 - 24z}$

2 Développer et réduire $A = 4(3-2y) + 5y(y-1)$.

$A = 4 \times 3 - 4 \times 2y + 5y \times y - 5y \times 1$
$A = 12 - 8y + 5y^2 - 5y$
$A = 5y^2 - 13y + 12$

3 Expliquer l'erreur de Martin puis développer et réduire correctement B.

~~$B = 3 + 2(7x+4) = 5(7x+4) = 35x + 20$~~

• Martin n'a pas respecté la priorité de la multiplication par rapport à l'addition.
• $B = 3 + 2 \times 7x + 2 \times 4$
$B = 3 + 14x + 8$
$B = 14x + 11$

4 **a.** Retrouver les signes manquants puis réduire.

• $7 - (3a-2) = 7 \underline{-} 3a \underline{+} 2 = \underline{-3a+9}$

• $8b - 3(b+2) = 8b \underline{-} 3b \underline{-} 6 = \underline{5b-6}$

b. Supprimer les parenthèses puis réduire.

• $2 + 4(-3+4x) = \underline{2 - 12 + 16x = 16x - 10}$

• $5x - 2(-x+7) = \underline{5x + 2x - 14 = 7x - 14}$

5 Compléter ce développement.
$C = (x+3)(2x+5)$

$C = x \times \underline{2x} + x \times \underline{5} + 3 \times \underline{2x} + 3 \times \underline{5}$

$C = \underline{2x^2 + 5x + 6x + 15}$

$C = \underline{2x^2 + 11 + 15}$

★★

6 Développer puis réduire $D = (5a-2)(3a+1)$.

$D = 5a \times 3a + 5a \times 1 - 2 \times 3a - 2 \times 1$
$D = 15a^2 + 5a - 6a - 2$
$D = 15a^2 - a - 2$

7 Compléter ce développement.
$E = 7 - (3x-2)(8x-5)$

$E = 7 - (\underline{24x^2 - 15x - 16x + 10})$

$E = 7 \underline{-} 24x^2 \underline{+} 15x \underline{+} 16x \underline{-} 10$

$E = \underline{-24x^2 + 31x - 3}$

8 Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Additionner 3.
- Multiplier par le nombre choisi.
- Soustraire le carré du nombre choisi.

1. Quel nombre obtient-on si l'on choisit comme nombre de départ : **a.** 4 ? **b.** 7 ?

2. Shady affirme « Ce programme revient à multiplier par 3 ».
Prouver que Shady a raison.

1. a. • 4 • $4+3=7$ • $7 \times 4 = 28$
• $28 - 4^2 = 28 - 16 = 12$
Si on choisit 4, on obtient 12.
b. • 7 • $7+3=10$ • $10 \times 7 = 70$
• $70 - 7^2 = 70 - 49 = 21$
Si on choisit 7, on obtient 21.
2. On note x le nombre choisi.
• x • $x+3$ • $(x+3)\,x$
• $(x+3)\,x - x^2$
Le nombre obtenu est :
$N = (x+3)\,x - x^2$.
Or $N = x^2 + 3x - x^2$
$N = 3x$.
Donc Shady a raison.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 25

Factoriser

Factoriser, c'est transformer une somme en un produit.
$ka + kb = k(a + b)$ (k, a et b nombres relatifs)
k est le facteur commun aux produits ka et kb.

★

1 Compléter ces factorisations.

a. $5x + 15 = 5 \times \ldots x \ldots + 5 \times 3 \ldots = 5(\ldots x \ldots + \ldots 3 \ldots)$

b. $7y^2 - 2y = y \times \ldots 7y \ldots - y \times 2 \ldots = y(\ldots 7y \ldots - \ldots 2 \ldots)$

c. $a - 5a^2 = a \times \ldots 1 \ldots - a \times 5a \ldots = a(\ldots 1 \ldots - \ldots 5a \ldots)$

2 Dans chaque cas, factoriser l'expression.

a. $3x + x^2 = \ldots 3 \ldots \times x + \ldots x \ldots \times x = x(3 + x)$

b. $8y^2 - 5y = \ldots 8y \ldots \times y - \ldots 5 \ldots \times y = y(8y - 5)$

c. $7x^2 + x = \ldots 7x \ldots \times x + \ldots 1 \ldots \times x = x(7x + 1)$

3 Associer chaque expression de gauche à sa forme factorisée de droite.

$8x+6$	$14x$
$8x + 6x$	$x(1 + 8x)$
$8x^2 + 6x$	$x(x + 8)$
$x^2 + 8x$	$2(4x + 3)$
$x + 8x^2$	$2x(4x + 3)$

4 **1.** $A = 3{,}2 \times 4{,}9 + 6{,}8 \times 4{,}9$. Compléter :

$A = 4{,}9 \times (\ldots 3{,}2 \ldots + \ldots 6{,}8 \ldots) = 4{,}9 \times \ldots 10 \ldots = \ldots 49 \ldots$

2. Calculer mentalement.

a. $83 \times 46 + 17 \times 46 = 46 \times 100 = 4\,600$

b. $13{,}4 \times 0{,}62 - 3{,}4 \times 0{,}62 = 0{,}62 \times 10 = 6{,}2$

5 $E = 5(x + 2) + (x + 1)(x + 2)$.

a. Quel est le facteur commun aux produits ?

$(x + 2)$

b. Compléter la factorisation de E.

$E = (\ldots x \ldots + \ldots 2 \ldots)(\ldots 5 \ldots + (x + 1))$

$E = (x + 2)(5 + x + 1)$

$E = (x + 2)(x + 6)$

★★

6 Compléter cette factorisation.

$A = 3(x + 5) - 3(1 - 6x)$

$A = 3((\ldots x + 5 \ldots) - (\ldots 1 - 6x \ldots))$

$A = 3(\ldots x + 5 - 1 + 6x \ldots)$

$A = 3(7x + 4)$

7 Dans chaque cas, entourer le facteur commun puis factoriser.

a. $B = \boxed{(3x - 4)}(2x + 5) + \boxed{(3x - 4)}(7 - x)$

$B = (3x - 4)((2x + 5) + (7 - x))$
$B = (3x - 4)(2x + 5 + 7 - x)$
$B = (3x - 4)(x + 12)$

b. $C = 2\boxed{(5 - x)}x - \boxed{(5 - x)}(3x - 8)$

$C = (5 - x)(2x - (3x - 8))$
$C = (5 - x)(2x - 3x + 8)$
$C = (5 - x)(-x + 8)$

c. $D = \boxed{(7 - 2x)}(3x - 4) - \boxed{(7 - 2x)}^2$

$D = (7 - 2x)((3x - 4) - (7 - 2x))$
$D = (7 - 2x)(3x - 4 - 7 + 2x)$
$D = (7 - 2x)(5x - 11)$

8 Compléter ces factorisations.

a. $E = (3x + 2)(2x + 3) + 3x + 2$

$E = (3x + 2)(2x + 3) + (3x + 2) \times \ldots 1 \ldots$

$E = (3x + 2)(\ldots 2x + 3 + 1 \ldots)$

$E = (3x + 2)(2x + 4)$

b. $F = (7x - 5)(x - 4) - (x - 4)$

$F = (7x - 5)(x - 4) - (x - 4) \times \ldots 1 \ldots$

$F = (7x - 5)(\ldots x - 4 - 1 \ldots)$

$F = (7x - 5)(x - 5)$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 26

Connaître les identités remarquables

a et *b* désignent deux nombres relatifs.

- **Carré d'une somme** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- **Carré d'une différence** $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- **Produit « somme par différence »** $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$2ab = 2 \times a \times b$ « double produit »

★

1 S **1.** Anthony doit calculer 23^2.
Voici sa copie :

$23^2 = (20+3)^2 = 20^2 + 3^2 = 400 + 9 = 409$

a. Quelle identité Anthony veut-il utiliser ? Quelle erreur a-t-il commise ?

Il veut utiliser $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Il a oublié le double produit, ici $2 \times 20 \times 3$.

b. Reprendre le travail d'Anthony.

$23^2 = (20+3)^2 = 20^2 + 2 \times 20 \times 3 + 3^2$

Donc $23^2 = 400 + 120 + 9 = 529$.

2. Terminer ce calcul en utilisant une identité.

$54^2 = (50+4)^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 4 + 4^2$

Donc $54^2 = 2\,500 + 400 + 16 = 2\,916$.

2 S **a.** Compléter ce calcul.

$99^2 = (100-1)^2 = \ldots 100^2 \ldots - \ldots 2 \times 100 \times 1 \ldots + 1^2 \ldots$

Donc $99^2 = 10\,000 - 200 + 1 \ldots = 9\,801 \ldots$

b. Terminer ce calcul en utilisant une identité.

$48^2 = (50-2)^2 = 50^2 - 2 \times 50 \times 2 + 2^2$

Donc $48^2 = 2\,500 - 200 + 4 = 2\,304$.

3 S Claire doit calculer 43×37. Voici sa copie.

$43 \times 37 = (40+3)(40-3) =$

Terminer le travail de Claire.

$43 \times 47 = (40+3) \times (40-3) = 40^2 - 3^2$
$43 \times 47 = 1\,600 - 9 = 1\,591$

★★

4 Compléter ces développements.

$(x+6)^2 = \ldots x \ldots^2 + 2 \times \ldots x \ldots \times \ldots 6 \ldots + \ldots 6 \ldots^2 = x^2 + 12x + 36 \ldots$

$(a-7)^2 = \ldots a \ldots^2 - 2 \times \ldots a \ldots \times \ldots 7 \ldots + \ldots 7 \ldots^2 = a^2 - 14a + 49 \ldots$

$(x-3)(x+3) = \ldots x \ldots^2 - \ldots 3 \ldots^2 = x^2 - 9 \ldots$

5 Compléter ces développements.

a. $(5y+4)^2 = (\ldots 5y \ldots)^2 + 2 \times \ldots 5y \ldots \times \ldots 4 \ldots + \ldots 4 \ldots^2$

$= 25y^2 + 40y + 16 \ldots$

b. $(3b-5)^2 = (\ldots 3b \ldots)^2 - \ldots 2 \ldots \times \ldots 3b \ldots \times \ldots 5 \ldots + \ldots 5 \ldots^2$

$= 9b^2 - 30b + 25 \ldots$

c. $(7+9x)(7-9x) = \ldots 7 \ldots^2 - (\ldots 9x \ldots)^2$

$= 49 - 81x^2 \ldots$

6 S Anne prétend : « Je peux calculer $57^2 - 43^2$ à l'aide d'une seule multiplication ».
Comment procède-t-elle ?

$57^2 - 43^2 = (57-43)(57+43)$
$= 14 \times 100$
$= 1\,400$

7 S $A = 9{,}3^2 - 2 \times 9{,}3 \times 0{,}3 + 0{,}3^2$.
Calculer A mentalement. Expliquer.

$A = (9{,}3 - 0{,}3)^2 = 9^2 = 81$

8 Retrouver les termes manquants.

a. $(x - \ldots 8 \ldots)(x + \ldots 8 \ldots) = \ldots x^2 \ldots - 64$

b. $(y - \ldots 6 \ldots)^2 = \ldots y \ldots^2 - 12y + \ldots 36 \ldots$

c. $(\ldots 5x \ldots + \ldots 7 \ldots)^2 = 25x^2 + \ldots 70x \ldots + 49$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 27

Utiliser les identités remarquables

- **Développement :** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- **Factorisation :** $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

★

1 Développer et réduire.

a. $A = (4x-1)^2 - x^2$ **b.** $B = 2(x+5)^2 + (3-x)^2$.

a. $A = 16x^2 - 8x + 1 - x^2$
$A = 15x^2 - 8x + 1$.

b. $B = 2(x^2 + 10x + 25) + 9 - 6x + x^2$
$B = 2x^2 + 20x + 50 + 9 - 6x + x^2$
$B = 3x^2 + 14x + 59$

2 Dans chaque cas, compléter la factorisation.

a. $A = 16x^2 - 49 = (\ 4x\ )^2 - \ 7\ ^2$

Donc $A = (\ 4x\ - \ 7\ )(\ 4x\ + \ 7\ )$

b. $B = 25x^2 - 20x + 4 = (\ 5x\ )^2 - 2 \times 5x \times \ 2\ + \ 2\ ^2$

Donc $B = (\ 5x\ - \ 2\ )^2$

c. $C = 64x^2 + 16x + 1 = (\ 8x\ )^2 + 2 \times 8x \times \ 1\ + \ 1\ ^2$

Donc $C = (\ 8x\ + \ 1\ )^2$

3 Factoriser chaque expression.

a. $A = 100y^2 - 100y + 25 = (10y - 5)^2$

b. $B = 36x^2 + 24x + 4 = (6x+2)^2$

c. $C = 81 - 4y^2 = (9 - 2y)(9 + 2y)$

4 Compléter ce tableau.

Forme factorisée	Forme développée
$(6a-7)^2$	$36a^2 - 84a + 49$
$(4a-5)(4a+5)$	$16a^2 - 25$
$(8+3a)^2$	$64 + 48a + 9a^2$

5 Reconnaître une différence de deux carrés puis factoriser.

$D = (x-2)^2 - 9$ donc $D = (x-2)^2 - \ 3\ ^2$

$D = (\ x - 2\ + \ 3\ )(\ x - 2\ - \ 3\ )$

$D = (x+1)(x-5)$

★★

6 Dans chaque cas, reconnaître une différence de deux carrés puis factoriser.

a. $A = (3x-8)^2 - 25$

b. $B = (2x+1)^2 - 100x^2$

a. $A = (3x-8)^2 - 5^2$
$A = (3x - 8 - 5)(3x - 8 + 5)$
$A = (3x - 13)(3x - 3)$

b. $B = (2x+1)^2 - (10x)^2$
$B = (2x + 1 - 10x)(2x + 1 + 10x)$
$B = (-8x + 1)(12x + 1)$

7 On donne $A = 4x^2 - (x-2)^2$.

1. a. Développer A.

b. Factoriser A.

2. Dans chaque cas, calculer A en indiquant l'expression utilisée.

a. pour $x = -2$ **b.** pour $x = 2$ **c.** pour $x = 0$.

1. a. $A = 4x^2 - (x^2 - 4x + 4)$
$A = 4x^2 - x^2 + 4x - 4$
$A = 3x^2 + 4x - 4$

b. $A = 4x^2 - (x-2)^2$
$A = (2x)^2 - (x-2)^2$
$A = (2x - (x-2))(2x + (x-2))$
$A = (2x - x + 2)(2x + x - 2)$
$A = (x+2)(3x-2)$

2. a. *On utilise la forme factorisée.*
$A = (-2+2)(3 \times (-2) - 2)$
$A = 0 \times (-6 - 2)$
Donc $A = 0$ pour $x = -2$.

b. *On utilise la forme donnée.*
$A = 4 \times 2^2 - (2-2)^2$
$A = 4 \times 4 - 0^2$
Donc $A = 16$ pour $x = 2$.

c. *On utilise la forme développée.*
$A = 3 \times 0^2 + 4 \times 0 - 4$
Donc $A = -4$ pour $x = 0$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

FICHE 28

OBJECTIF BREVET

Sélection de sujets de Brevet

★★

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

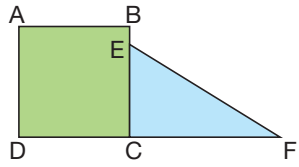
Note ..... / 5

QCM

A	Le nombre $\dfrac{6\times10^3\times28\times10^{-2}}{14\times10^{-3}}$ est égal à…	12×10^{-9}	0,12	12×10^4
B	$3^{-2}\times3^3-3=$…	0	3^0	3^{-5}
C	La forme développée de $(7x-5)^2$ est…	$49x^2-25$	$49x^2-70x+25$	$49x^2-70x-25$
D	Une forme factorisée de $(x+1)^2-9$ est…	$(x-2)(x+4)$	x^2+2x-8	$(x-8)(x+10)$
E	$A=16y^2-(4y-5)^2$ est égal à…	$-40y-25$	$5(8y-5)$	$40y-25$

1 Écrire des expressions

ABCD est un carré dont le côté a pour longueur x. E appartient au segment [BC].
ECF est un triangle rectangle en C.
On donne FC = 4 et BE = 0,5.
On suppose que x est supérieur à 1.



1. Exprimer en fonction de x l'aire A_1 du carré ABCD et l'aire A_2 du triangle rectangle ECF.

2. On note S la somme des deux aires A_1 et A_2. Vérifier que : $S=x^2+2x-1$.

3. On suppose à présent que $x=3{,}5$.

a. Calculer la valeur de S.

b. Calculer la longueur EF.

D'après *DNB*

1. • $A_1=x^2$.
• E appartient à [BC]
donc $CE=CB-BE=x-0{,}5$.
$A_2=\dfrac{CE\times CF}{2}$ d'où $A_2=\dfrac{(x-0{,}5)\times4}{2}$
$A_2=2(x-0{,}5)$.

2. $S=A_1+A_2$
donc $S=x^2+2(x-0{,}5)$
$S=x^2+2\times x-2\times0{,}5=x^2+2x-1$.
On trouve bien le résultat indiqué.

3. a. $S=3{,}5^2+2\times3{,}5-1$
$S=12{,}25+7-1=18{,}25$.

b. $CE=3{,}5-0{,}5=3$.
Le triangle ECF est rectangle en C donc d'après l'égalité de Pythagore : $EF^2=CE^2+CF^2$
$EF^2=3^2+4^2=9+16=25$ donc $EF=5$

2 Étudier un programme de calcul

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 2.
- Calculer le carré de cette somme.
- Enlever 16 au résultat obtenu.

1. a. Vérifier que, lorsque le nombre de départ est 4, on obtient 20 comme résultat.

b. Quel résultat obtient-on lorsque le nombre de départ est –3 ?

c. Le nombre de départ étant x, exprimer le résultat final en fonction de x.
On appelle P cette expression.

d. Vérifier que $P=x^2+4x-12$.

2. Vérifer que $(x-2)(x+6)=P$.

D'après *DNB*

1. a. • 4 • $4+2=6$ • $6^2=36$
• $36-16=20$
On obtient bien 20.

b. • –3 • $-3+2=-1$ • $(-1)^2=1$
• $1-16=-15$
On obtient –15.

c. • x • $x+2$ • $(x+2)^2$
• $P=(x+2)^2-16$

d. $P=x^2+4x+4-16$
$P=x^2+4x-12$.
C'est exact.

2. $(x-2)(x+6)=x^2+6x-2x-12$
$=x^2+4x-12$
On obtient bien P.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

3 ▶ Donner l'écriture scientifique

Donner l'écriture scientifique de :

a. 65 100 000 **b.** 0,007 23

c. $10^2 \times 21 \times 10^{-7}$ **d.** $(4 \times 10^7)^2$

D'après *DNB*

a. $6{,}51 \times 10^7$

b. $7{,}23 \times 10^{-3}$

c. $10^2 \times 21 \times 10^{-7} = 21 \times 10^{-5}$

L'écriture scientifique est $2{,}1 \times 10^{-4}$.

d. $(4 \times 10^7)^2 = 4^2 \times (10^7)^2 = 16 \times 10^{7 \times 2}$
$= 16 \times 10^{14}$

L'écriture scientifique est $1{,}6 \times 10^{15}$.

4 ▶ Calculer avec des puissances de 10

Donner l'écriture décimale puis l'écriture scientifique de A et de B.

$$A = \frac{15 - 9 \times 10^{-3}}{3 \times 10^2}$$

$$B = \frac{6 \times 10^{-3} \times 28 \times 10^{-2}}{14 \times 10^{-3}}$$

D'après *DNB*

• $A = \frac{15 - 0{,}009}{300} = \frac{14{,}991}{300} = 0{,}049\,97$

L'écriture décimale est 0,049 97.

L'écriture scientifique est $4{,}997 \times 10^{-2}$.

• $B = \frac{6 \times 28}{14} \times \frac{10^{-3} \times 10^{-2}}{10^{-3}}$

• $B = \frac{6 \times 2 \times 14}{14} \times 10^{-2} = 12 \times 10^{-2} = 0{,}12$

L'écriture décimale est 0,12.

L'écriture scientifique est $1{,}2 \times 10^{-1}$.

5 ▶ Justifier une affirmation

« Si n est un entier, $(n - 1)(n + 1) + 1$ est toujours égal au carré d'un entier. »
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

D'après *DNB*

On développe $(n + 1)(n - 1) + 1$.

$(n + 1)(n - 1) + 1 = n^2 - 1^2 + 1$
$= n^2 - 1 + 1 = n^2$.

n est un nombre entier donc n^2 est bien le carré d'un entier.

Cette affirmation est vraie.

6 ▶ Comparer des programmes de calcul

Voici deux programmes de calcul :

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre. • Ajouter 1. • Elever au carré. • Soustraire le carré du nombre de départ.	• Choisir un nombre. • Ajouter 1 au double de ce nombre.

a. On choisit 5 comme nombre de départ. Quels résultats obtient-on avec ces deux programmes ?

b. Démontrer que quel que soit le nombre choisi, les résultats obtenus avec les deux programmes sont égaux.

D'après *DNB*

a. • Programme A :

• 5 • $5 + 1 = 6$ • $6^2 = 36$

• $36 - 5^2 = 36 - 25 = 11$

On obtient 11 avec le programme A.

• Programme B :

$2 \times 5 + 1 = 11$.

On obtient aussi 11.

b. On note x le nombre choisi au départ.

• x • $x + 1$ • $(x + 1)^2$

• $(x + 1)^2 - x^2$

• Le nombre obtenu avec le programme A est $(x + 1)^2 - x^2$

• Le nombre obtenu avec le programme B est $2x + 1$.

• Or $(x + 1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2$
$= 2x + 1$.

Donc les résultats obtenus avec les deux programmes sont égaux, quel que soit le nombre choisi au départ.

7 ▶ Prouver avec le calcul littéral

Pour n'importe quel nombre entier n, $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ est un multiple de 4.
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

D'après *DNB*

$(n + 1)^2 - (n - 1)^2 = n^2 + 2n + 1 - (n^2 - 2n + 1)$
$= n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1$
$= 4n$.

n est un nombre entier donc $4n$ est un multiple de 4.

Cette affirmation est vraie.

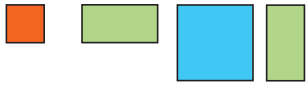
© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● .....
● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● .....
Note ..... / .....

FICHE
29 Perfectionnement

★★★

1 Georges utilise des tuiles qui représentent l'unité, x et x^2 (x nombre positif).
Une tuile rouge est un carré de côté 1.
Une tuile verte est un rectangle de côtés 1 et x.
Une tuile bleue est un carré de côté x.



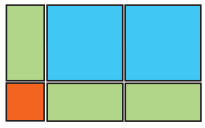
1. a. Avec quatre tuiles, Georges a réalisé la figure 1.
En étudiant les aires, il met en évidence une égalité. Laquelle ?

Figure 1

$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

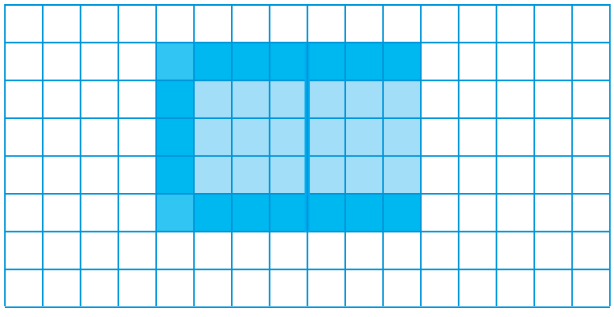
b. Quelle égalité peut-on déduire de la figure 2 ?
Vérifier en développant le produit trouvé.

Figure 2



• Egalité : $(x+1)(2x+1) = 2x^2 + 3x + 1$
• Vérification :
$(x+1)(2x+1) = 2x^2 + x + 2x + 1$
$= 2x^2 + 3x + 1.$

2. a. À l'aide des tuiles dessiner un rectangle d'aire $E = 2x^2 + 5x + 2$.
Prendre 1 carreau pour 1 et 9 carreaux pour x^2.



b. Proposer une forme F factorisée de E.
Vérifier en développant F.

$F = (2x+1)(x+2)$

$F = 2x^2 + 4x + x + 2 = 2x^2 + 5x + 2$

F est bien égal à E.

2 a. Sur cet écran de PC la taille d'un pixel est $435{,}6 \times 10^{-9}$ m².

Donner un ordre de grandeur du nombre de pixels sur cet écran.

b. En prenant comme ordre de grandeur le nombre de pixels trouvé précédemment, donner un ordre de grandeur du nombre de pixels des 41×10^7 écrans de PC vendus dans le monde en 2013.

a. • $42{,}4 \text{ cm} \times 31 \text{ cm} = 1\,314{,}4 \text{ cm}^2$.
L'aire de l'écran est $1\,314{,}4$ cm².
• $435{,}6 \times 10^{-9} \text{ m}^2 = 435{,}6 \times 10^{-9} \times 10^4 \text{ cm}^2$
$= 435{,}6 \times 10^{-5} \text{ cm}^2$
• $\dfrac{1314{,}4}{435{,}6 \times 10^{-5}} = \dfrac{1314{,}4}{435{,}6} \times 10^5$
On trouve environ 3×10^5.
Donc il y a environ 300 000 pixels sur cet écran.
b. $41 \times 10^7 \times 3 \times 10^5 = 41 \times 3 \times 10^{7+5}$
$= 123 \times 10^{12}$.
Cela fait 123×10^{12} pixels, soit environ 123 000 milliards de pixels.

3 a et b sont deux nombres tels que $ab = 7$.
Peut-on calculer la valeur de :
$A = (a+b)^2 - (a-b)^2$?
Justifier.

• $A = (a+b)^2 - (a-b)^2$
$A = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)$
$A = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$
$A = 4ab$
• Dans l'énoncé, on dit : $ab = 7$
donc $4ab = 4 \times 7 = 28$.
Donc $A = 28$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

Chapitre 5

Racines carrées

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● .....
● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● .....
Note ..... / .....

FICHE 30

Racine carrée d'un nombre positif

SOCLE

a désigne un nombre positif.
- La **racine carrée** de a, notée $\sqrt{a}$, est le nombre positif dont le carré est a.
Ainsi $\sqrt{a} > 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$.
- De plus, $\sqrt{a^2} = a$.

★

1 Compléter.

a. $5^2 = 25$ donc $\sqrt{25} = 5$

b. $7^2 = 49$ donc $\sqrt{49} = 7$.

2 Compléter.

a. $0{,}6^2 = 0{,}36$ donc $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$.

b. $0{,}3^2 = 0{,}09$ donc $\sqrt{0{,}09} = 0{,}3$.

3 Compléter par « le carré » ou « la racine carrée ».

a. 16 est ..... le carré ..... de 4.

b. 8 est ..... la racine carrée ..... de 64.

4 Compléter ce tableau (x est un nombre positif).

$\sqrt{x}$	3	2	10
x	9	4	100
x^2	81	16	10 000

5 Utiliser la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice pour compléter.

a. $\sqrt{256} = 16$ **b.** $\sqrt{1\,849} = 43$

c. $\sqrt{7{,}29} = 2{,}7$ **d.** $\sqrt{0{,}4356} = 0{,}66$

6 Utiliser la touche $\sqrt{\ }$ de la calculatrice pour compléter par l'arrondi au centième.

a. $\sqrt{12} \approx 3{,}46$ **b.** $\sqrt{40} \approx 6{,}32$

c. $\sqrt{350} \approx 18{,}71$ **d.** $\sqrt{195{,}7} \approx 13{,}99$

★★

7 La distance d, en km, du point le plus éloigné que l'on peut voir sur une surface horizontale est $d = 0{,}35\sqrt{h}$ où h est la hauteur des yeux en m.

a. À 4 m du sol Tom surveille la mer.
À quelle distance est le point le plus éloigné qu'il peut voir ?

b. Juliette qui mesure 80 cm peut-elle voir de la plage la bouée qui est à 200 m des côtes ?

a. $d = 0{,}35\sqrt{4} = 0{,}35 \times 2 = 0{,}7$.
Le point le plus éloigné est à 0,7 km soit 700 m.
b. 80 cm = 0,8 m et $d = 0{,}35 \times \sqrt{0{,}8}$.
Donc $d \approx 0{,}313$ km soit $d \approx 313$ m.
Juliette peut voir la bouée.

8 On donne $A = \sqrt{3}$ et $B = 5\sqrt{3}$.
Calculer les valeurs exactes de A^2 ; B^2 ; $A \times B$.

$A^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$.
$B^2 = (5\sqrt{3})^2 = 5^2 \times (\sqrt{3})^2 = 25 \times 3 = 75$.
$A \times B = \sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 5 \times 3 = 15$.

9 Compléter avec des nombres entiers.

a. $(\sqrt{7})^2 = 7$ **b.** $\sqrt{15^2} = 15$

c. $(2\sqrt{8})^2 = 32$ **d.** $\sqrt{6} \times 4\sqrt{6} = 24$

e. $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 30$ **f.** $(10\sqrt{3})^2 = 300$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE

31 Nombres x tels que $x^2 = a$

a désigne un nombre positif.
Les nombres x tels que $x^2 = a$ sont les nombres $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.

★

1 **a.** Les nombres dont le carré est 7 sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

b. Les nombres dont le carré est 16 sont 4 et -4.

2 **a.** Lisa : « $\sqrt{0,64} = 0,8$ ».
A-t-elle raison ? Expliquer.

$0,8^2 = 0,64$ donc $\sqrt{0,64} = 0,8$. Lisa a raison.

b. Les nombres dont le carré est 0,64 sont 0,8 et $-0,8$.

3 Compléter.

a. $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3}{7} \times \frac{3}{7}$ donc $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$.

b. Les nombres dont le carré est $\frac{9}{49}$ sont $\frac{3}{7}$ et $-\frac{3}{7}$.

4 Compléter.

a. • $(10^3)^2 =$ 10^6 donc $\sqrt{10^6} =$ 10^3.

• Les nombres dont le carré est 10^6 sont 10^3 et -10^3.

b. • $(10^{-7})^2 =$ 10^{-14} donc $\sqrt{10^{-14}} =$ 10^{-7}.

• Les nombres dont le carré est 10^{-14} sont 10^{-7} et -10^{-7}.

5 Quels sont les nombres x tels que :

a. $x^2 = 64$? 8 et -8 **b.** $x^2 = 0$? 0

c. $x^2 = 1$? 1 et -1 **d.** $x^2 = \frac{4}{25}$? $\frac{2}{5}$ et $-\frac{2}{5}$

e. $x^2 = 6$? $\sqrt{6}$ et $-\sqrt{6}$ **f.** $x^2 = 10$? $\sqrt{10}$ et $-\sqrt{10}$

6 Quels sont les nombres x tels que $x^2 + 6 = 42$?

$x^2 + 6 - 6 = 42 - 6$.
$x^2 = 36$
Donc les nombres x sont 6 et -6.

★★

7 Quels sont les nombres x tels que :

a. $x^2 - 6 = 75$? **b.** $(x + 4)^2 = 49$?

a. $x^2 - 6 + 6 = 75 + 6$.
Les nombres tels que $x^2 = 81$ sont 9 et -9.
b. Les nombres dont le carré est 49 sont 7 et -7.
Donc les nombres tel que $(x + 4)^2 = 49$ sont tels que $x + 4 = 7$, c'est à dire $x = 7 - 4 = 3$
ou $x + 4 = -7$, c'est à dire $x = -7 - 4 = -11$

8 Nadia affirme : « Le double du carré du nombre auquel je pense est 20 ».
À quel(s) nombre(s) Nadia pense-t-elle ?

Le carré du nombre auquel pense Nadia est la moitié de 20 c'est-à-dire 10.
Donc le nombre auquel pense Nadia est $\sqrt{10}$ ou $-\sqrt{10}$.

9 La relation entre la vitesse v du son dans l'air (en m/s) et la température t de l'air (en °C) est :

$$v^2 = 400 \times (273 + t)$$

Luc affirme : « Cette année, il faisait –17 °C le 24 février et 16 °C le 14 juillet ».
Est-il vrai que le 14 juillet la vitesse du son avait augmenté de 15 m/s par rapport au 24 février ?

• Le 24 février
$v^2 = 400 \times (273 - 17)$ soit $v^2 = 102\,400$.
v est un nombre positif donc
$v = \sqrt{102\,400} = 320$.

• Le 14 juillet
$v^2 = 400 \times (273 + 16)$ donc $v^2 = 115\,600$.
v est un nombre positif donc
$v = \sqrt{115\,600} = 340$.

• La vitesse du son était de 340 m/s le 14 juillet et 320 m/s le 24 février.
$340 - 320 = 20$ et $20 \neq 15$.
Donc l'affirmation de Luc est fausse.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE **32** # Racines carrées et opérations

a et *b* désignent des nombres positifs.
- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (avec $b \neq 0$)

★

1 Écrire sous la forme $\sqrt{a}$ (avec *a* nombre positif).

a. $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{21}$

b. $\sqrt{6} \times \sqrt{5} = \sqrt{6 \times 5} = \sqrt{30}$

2 Écrire sous la forme d'un nombre entier.

a. $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$

b. $\sqrt{3} \times \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9$

c. $\sqrt{32} \times \sqrt{2} = \sqrt{32 \times 2} = \sqrt{64} = 8$

3 Écrire sous la forme $a\sqrt{2}$ (avec *a* entier).

a. $\sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

b. $\sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

c. $\sqrt{2 \times 49} = \sqrt{2} \times \sqrt{49} = 7\sqrt{2}$

4 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (avec *a* et *b* entiers positifs).

a. $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

b. $\sqrt{810} = \sqrt{81 \times 10} = \sqrt{81} \times \sqrt{10} = 9\sqrt{10}$

c. $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

5 Écrire sous la forme $\sqrt{a}$ (avec *a* entier positif).

a. $6\sqrt{2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{72}$

b. $2\sqrt{7} = \sqrt{4} \times \sqrt{7} = \sqrt{4 \times 7} = \sqrt{28}$

c. $10\sqrt{3} = \sqrt{100} \times \sqrt{3} = \sqrt{100 \times 3} = \sqrt{300}$

6 Écrire sous la forme d'un nombre entier ou d'une fraction.

a. $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$ **b.** $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{72}} = \sqrt{\frac{8}{72}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

★★

7 Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$.

a. $\sqrt{\frac{27}{16}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{9 \times 3}}{4} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{3}}{4} = \frac{3}{4} \times \sqrt{3} = 0{,}75\sqrt{3}$

b. $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{21}{7}} = \sqrt{3}$

8 Dans chaque cas, dire si les deux nombres sont égaux.

a. $\sqrt{9+16}$ et $\sqrt{9} + \sqrt{16}$

b. $\sqrt{100-36}$ et $\sqrt{100} - \sqrt{36}$

a. $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$
$\sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7.$
Donc les deux nombres sont différents
b. $\sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$
et $\sqrt{100} - \sqrt{36} = 10 - 6 = 4.$
Donc les deux nombres sont différents.

9 Calculer chacune de ces expressions.
$A = 5\sqrt{8} \times 3\sqrt{2}$ $B = (2\sqrt{3})(\sqrt{3} - \sqrt{12})$

- $A = 5 \times 3 \times \sqrt{8} \times \sqrt{2} = 15\sqrt{16}$
  $A = 15 \times 4 = 60$
- $B = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \times \sqrt{12}$
  $B = 2 \times 3 - 2\sqrt{36}$
  $B = 6 - 2 \times 6$
  $B = -6$

10 $C = (\sqrt{2} - 4)(2 + 4\sqrt{2})$.
Écrire C sous la forme $a\sqrt{2}$ (avec *a* entier relatif).

$C = (\sqrt{2} - 4)(2 + 4\sqrt{2})$
$C = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 8 - 16\sqrt{2}$
$C = 2\sqrt{2} + 4 \times 2 - 8 - 16\sqrt{2}$
$C = -14\sqrt{2}.$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

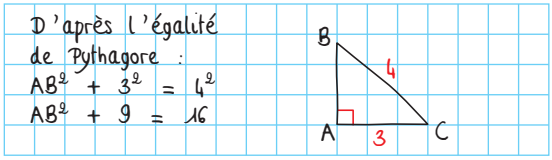
CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 33

Utiliser la racine carrée en géométrie

★

1 **a.** Voici un extrait de la copie d'Amélie.



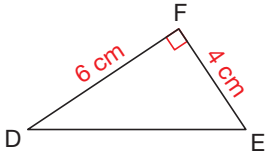
Quelle est la longueur AB ?

$AB^2 = 16 - 9 = 7$. Or AB est positif donc $AB = \sqrt{7}$.

b. Quels sont les nombres x tels que $x^2 + 9 = 16$?

$x^2 = 16 - 9$ donc $x^2 = 7$. Les nombres sont $\sqrt{7}$ et $-\sqrt{7}$.

2 S DEF est un triangle rectangle en F tel que DF = 6 cm et FE = 4 cm.



a. Calculer la valeur exacte de la longueur ED.

b. Avec la calculatrice, donner l'arrondi au dixième de la longueur DE.

a. D'après l'égalité de Pythagore :
$DE^2 = FD^2 + FE^2$ soit $DE^2 = 6^2 + 4^2$
Donc $DE^2 = 52$ et $DE = \sqrt{52}$ cm.
b. DE = 7,2 cm.

3 S Un carré a pour aire 13 cm².

• La longueur exacte de son côté est $\sqrt{13}$ cm.
L'arrondi au centième est 3,61 cm.

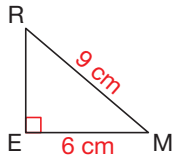
• La valeur exacte de son périmètre est $4\sqrt{13}$ cm.

4 S ABC est un triangle tel que : AB = $5\sqrt{3}$ cm, BC = 9 cm et AC = $\sqrt{6}$ cm.
Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

• Le côté le plus long est [BC].
$BC^2 = 9^2 = 81$
• $AB^2 = (5\sqrt{3})^2 = 5^2 \times (\sqrt{3})^2 = 25 \times 3 = 75$
$AC^2 = (\sqrt{6})^2 = 6$
Donc $AB^2 + AC^2 = 75 + 6 = 81$.
• $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc l'égalité de Pythagore est vérifiée et le triangle ABC est rectangle en A.

★★

5 MER est un triangle rectangle en E tel que :
MR = 9 cm et ME = 6 cm.

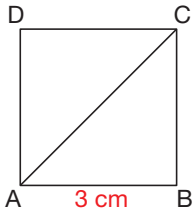


a. Calculer la longueur ER, puis écrire cette longueur sous la forme $a\sqrt{5}$ cm (a est un nombre entier).

b. Avec la calculatrice, donner la valeur approchée par défaut au dixième près de la longueur ER.

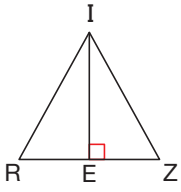
a. D'après l'égalité de Pythagore : $RM^2 = ER^2 + EM^2$
soit $9^2 = ER^2 + 6^2$ ou $81 = ER^2 + 36$.
Donc $ER^2 = 81 - 36 = 45$. Donc $ER = \sqrt{45}$.
$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$
Donc $ER = 3\sqrt{5}$ cm.
b. ER ≈ 6,7 cm.

6 ABCD est un carré de côté 3 cm.
Calculer la longueur AC puis écrire cette longueur sous la forme $a\sqrt{2}$ cm (a est un nombre entier).



Le triangle ABC est rectangle en B donc d'après l'égalité de Pythagore : $AC^2 = BA^2 + BC^2$
soit $AC^2 = 3^2 + 3^2 = 18$. Donc $AC = \sqrt{18}$ cm
$\sqrt{18} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ donc $AC = 3\sqrt{2}$ cm.

7 RIZ est un triangle équilatéral de côté 8 cm. E est le pied de la hauteur issue de I.
Calculer la longueur EI, puis écrire cette longueur sous la forme $a\sqrt{3}$ cm (a est un nombre entier).



Le triangle ZEI est rectangle en E donc d'après l'égalité de Pythagore : $IZ^2 = EI^2 + EZ^2$
soit $8^2 = EI^2 + 4^2$ ou $64 = EI^2 + 16$.
Donc $EI^2 = 64 - 16 = 48$. Donc $EI = \sqrt{48}$ cm.
$\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$
Donc $EI = 4\sqrt{3}$ cm.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 34

Transformer l'écriture d'une expression

★

1 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (avec a et b nombres entiers positifs).

a. $2\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = (2+4)\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

b. $\sqrt{9\times7} + 5\sqrt{7} = 3\sqrt{7} + 5\sqrt{7} = 8\sqrt{7}$

c. $6\sqrt{3} + 5\sqrt{4\times3} = 6\sqrt{3} + 5\sqrt{4}\times\sqrt{3}$
$= 6\sqrt{3} + 5\times2\sqrt{3}$
$= 16\sqrt{3}$

2 **a.** Dans chaque cas, écrire sous la forme $a\sqrt{2}$ (avec a nombre entier).

- $\sqrt{8} = \sqrt{4}\times\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
- $\sqrt{32} = \sqrt{16}\times\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
- $\sqrt{72} = \sqrt{36}\times\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

b. En déduire l'expression réduite de :
$A = \sqrt{8} + \sqrt{32} + \sqrt{72}$ et $B = 3\sqrt{8} - 5\sqrt{32} + 2\sqrt{72}$.

- $A = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$
- $B = 3\times2\sqrt{2} - 5\times4\sqrt{2} + 2\times6\sqrt{2}$
$B = 6\sqrt{2} - 20\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

3 **a.** Dans chaque cas, écrire sous la forme $a\sqrt{3}$ (avec a nombre entier).

- $\sqrt{12} = \sqrt{4}\times\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
- $\sqrt{75} = \sqrt{25}\times\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
- $\sqrt{300} = \sqrt{100}\times\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

b. En déduire l'expression réduite de :
$A = 7\sqrt{12} - \sqrt{75} - 2\sqrt{300}$.

$A = 7\times2\sqrt{3} - 5\times\sqrt{3} - 2\times10\sqrt{3}$
$A = 14\sqrt{23} - 5\sqrt{3} - 20\sqrt{3}$
$A = -11\sqrt{3}$

4 Écrire sans racine carrée au dénominateur.

a. $\dfrac{6\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \dfrac{6\sqrt{15}}{3} = 2\sqrt{15}$

b. $\dfrac{8}{\sqrt{2}} = \dfrac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \dfrac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

c. $\dfrac{20\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \dfrac{20\sqrt{7}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \dfrac{20\times\sqrt{21}}{3}$

★★

5 $A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$ et $B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$.

a. Écrire A et B sous la forme $a\sqrt{5}$ (avec a nombre entier).

b. Utiliser la question **a.** pour montrer que $A\times B$ et $\dfrac{A}{B}$ sont des nombres entiers.

a. • $A = 3\sqrt{4\times5} + \sqrt{9\times5}$
$A = 3\sqrt{4}\times\sqrt{5} + \sqrt{9}\times\sqrt{5}$
$A = 3\times2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$
$A = 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$
• $B = \sqrt{36\times5} - 3\sqrt{5}$
$B = \sqrt{36}\times\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
$B = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$
$B = 3\sqrt{5}$
b. $A\times B = 9\sqrt{5}\times3\sqrt{5} = 27\times5 = 135$
$\dfrac{A}{B} = \dfrac{9\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = 3$
Ce sont bien deux nombres entiers.

6 On donne $A = 5\sqrt{12} - 2\sqrt{27} - 6\sqrt{3}$.
Écrire A sous la forme $a\sqrt{3}$ (avec a nombre entier relatif), puis montrer que A^2 est un nombre entier.

• $A = 5\sqrt{4\times3} - 2\sqrt{9\times3} - 6\sqrt{3}$
$A = 5\sqrt{4}\times\sqrt{3} - 2\sqrt{9}\times\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$
$A = 5\times2\sqrt{3} - 2\times3\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$
$A = 10\sqrt{3} - 6\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$
Donc $A = -2\sqrt{3}$
• $A^2 = (-2\sqrt{3})^2 = 4\times3 = 12$
Donc $A^2 = 12$.

7 Écrire $A = (7 - 5\sqrt{2})^2$ sous la forme $a + b\sqrt{2}$ (avec a et b nombres entiers relatifs).

$A = 7^2 - 2\times7\times5\sqrt{2} + (5\sqrt{2})^2$
$A = 49 - 70\sqrt{2} + 5^2\times(\sqrt{2})^2$
$A = 49 - 70\sqrt{2} + 25\times2$
$A = 99 - 70\sqrt{2}$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

FICHE 35

OBJECTIF BREVET

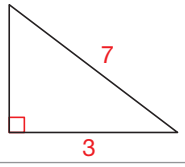
Sélection de sujets de Brevet

★★

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque questions, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

QCM

A	8 c'est aussi...	$\sqrt{64}$	$\sqrt{100}-\sqrt{36}$	$(2\sqrt{2})^2$
B	$\sqrt{5}$ c'est aussi...	2,23	le côté, en cm, d'un carré d'aire 5 cm²	$\frac{5}{\sqrt{5}}$
C	La longueur manquante est... 	$2\sqrt{10}$	$\sqrt{58}$	2
D	$2\sqrt{12}+\sqrt{27}$ est égal à...	$2\sqrt{39}$	$\sqrt{147}$	$7\sqrt{3}$
E	$(3\sqrt{2}-\sqrt{32})^2=\ldots$	-2	2	$(-\sqrt{2})^2$

1 Traiter un QCM

Indiquer le numéro de chaque question et recopier la réponse exacte.

1. $\frac{5}{3}-\frac{2}{3}:\frac{5}{3}+\frac{2}{3}$ est égal à...

a. $\frac{3}{3}:\frac{7}{3}$ **b.** $\frac{5}{3}-\frac{2}{5}+\frac{2}{3}$ **c.** $\frac{3}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{3}$

2. Pour $x=2\sqrt{5}$, l'expression $M=x^2+2x+1$ vaut...

a. $25\sqrt{5}$ **b.** $24\sqrt{5}+1$ **c.** $21+4\sqrt{5}$

3. L'écriture scientifique de 0,00723 est...

a. 723×10^{-5} **b.** $7{,}23\times10^{-3}$ **c.** $7{,}23\times10^{3}$

D'après *DNB*

1. $\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}-\frac{2}{5}+\frac{2}{3}$
La bonne réponse est **b.**

2. $M=(2\times\sqrt{5})^2+2(2\sqrt{5})+1$
$M=2^2(\sqrt{5})^2+2\times2\sqrt{5}+1$
$M=4\times5+4\sqrt{5}+1=21+4\sqrt{5}$
La bonne réponse est **c.**

3. $0{,}00723=723\times10^{-5}=7{,}23\times10^{2}\times10^{-5}$
$0{,}007\,23=7{,}23\times10^{-3}$
La bonne réponse est **b.**

2 Utiliser les racines carrées en Géométrie

ABC est un triangle tel que :
$AB=\sqrt{75}$ cm ; $AC=4\sqrt{3}$ cm et $BC=\sqrt{27}$ cm

a. Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

b. Écrire le périmètre P du triangle ABC sous la forme $a\sqrt{3}$ cm (avec a entier relatif).

c. Montrer que l'aire $\mathcal{A}$, en cm², du triangle ABC est un nombre entier.

D'après *DNB*

a. • $AB^2=(\sqrt{75})^2=75$
$AC^2=(4\sqrt{3})^2=16\times3=48$
$BC^2=(\sqrt{27})^2=27$
• $AC^2+BC^2=48+27=75$
donc $AB^2=AC^2+BC^2$
donc l'égalité de Pythagore est vérifiée et le triangle ABC est rectangle en C.

b. $P=\sqrt{75}+4\sqrt{3}+\sqrt{27}$
$P=\sqrt{25}\times\sqrt{3}+4\sqrt{3}+\sqrt{9}\times\sqrt{3}$
$P=5\sqrt{3}+4\sqrt{3}+3\sqrt{3}$
$P=12\sqrt{3}$
Le périmètre P du triangle est $12\sqrt{3}$ cm.

c. $\mathcal{A}=\frac{AC\times BC}{2}=\frac{4\sqrt{3}\times3\sqrt{3}}{2}$
$\mathcal{A}=\frac{3\times4\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2}=\frac{12\times3}{2}=18.$
Donc l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC est 18 cm².

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

3 ▶ Nombres de carré donné

On propose le programme suivant :

- Choisir un nombre.
- Soustraire 7.
- Calculer le carré du résultat obtenu.

1. a. On choisit 12 au départ.
Montrer que le résultat de ce programme est 25.

b. Quel nombre obtient-on si l'on choisit 3 au départ ?

2. a. Quels nombres faut-il choisir pour que le résultat de ce programme soit 64 ?

b. Quels nombres faut-il choisir pour que le résultat de ce programme soit 0 ?

c. Anne a obtenu –100.
Expliquer pourquoi elle a commis une erreur.

D'après *DNB*

1. a. • 12 • $12-7=5$ • $5^2=25$
Lorsque l'on choisit 12, on obtient bien 25.
b. • 3 • $3-7=-4$ • $(-4)^2=16$
Lorsque l'on choisit 3, on obtient 16.

2. a. On note x le nombre choisi au départ.
• x • $x-7$ • $(x-7)^2$
Le nombre obtenu est alors $(x-7)^2$.
On cherche donc un nombre x tel que
• $(x-7)^2=64$.
Les nombres dont le carré est 64 sont 8 et –8.
Donc les nombres x tels que $(x-7)^2=64$ sont tels que $x-7=8$ ou $x-7=-8$.
Ces nombres sont donc :
$x=8+7=15$ ou $x=-8+7=-1$
Il faut choisir 15 ou –1 pour obtenir 64.

b. Pour obtenir 0, il faut choisir 7.

c. Le résultat $(x-7)^2$ est un carré et un carré est toujours positif ce qui n'est pas le cas de –100.

4 ▶ Transformer des écritures

$A=\sqrt{27}-3\sqrt{75}$

a. Écrire A sous la forme $a\sqrt{3}$ (avec a entier relatif).

b. Montrer que A^2 est un nombre entier.

D'après *DNB*

a. $A=\sqrt{9\times3}-3\sqrt{25\times3}$
$A=\sqrt{9}\times\sqrt{3}-3\sqrt{25}\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}-3\times5\sqrt{3}$
$A=3\sqrt{3}-15\sqrt{3}$ donc $A=-12\sqrt{3}$.

b. $A^2=(-12\sqrt{3})^2=(-12)^2\times\sqrt{3}^2=144\times3$
$A^2=432$. A^2 est bien un nombre entier.

5 ▶ Utiliser une formule

On peut lire au sujet d'un médicament :
« Chez les enfants (12 mois à 17 ans), la posologie doit être établie en fonction de la surface corporelle du patient.
Une dose de charge unique de 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour) devra être administrée ».
Pour calculer la surface corporelle S en m^2 on utilise la formule de Mosteller suivante :

$$S=\sqrt{\frac{\text{Taille}\times\text{Masse}}{3\,600}}$$

où la taille est en cm et la masse en kg.
On considère les informations ci-dessous :

Patient	Âge	Taille (en m)	Masse (en kg)	Dose administrée
Lou	5 ans	1,05	17,5	50 mg
Joé	15 ans	1,50	50	100 mg

1. La posologie a-t-elle été respectée pour Joé ? Justifier la réponse.

2. a. Vérifier que la surface corporelle de Lou est environ 0,71 m^2.
Dans cette question toute trace de recherche même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.

b. La posologie a-t-elle été respectée pour Lou ? Justifier la réponse.

D'après *DNB*

1. La dose administrée pour Joé est 100 mg.
Or cette dose doit être inférieure à 70 mg.
Donc la posologie n'a pas été respectée pour Joé.

2. a. 1,05 m = 105 cm.

$$S=\sqrt{\frac{105\times17,5}{3\,600}}=\sqrt{\frac{1\,837,5}{3\,600}}.$$

Donc $S\approx0,71$ m^2.
La surface corporelle est environ 0,71 m^2.

b. On dit dans l'énoncé qu'on administre une dose de 70 mg par mètre carré.
On cherche la quatrième proportionnelle d du tableau ci-dessous :

Surface corporelle (en m^2)	1	0,71
Dose administrée (en mg)	70	d

×70

$1\times d=0,71\times70$ donc $d=49,7$.
La posologie pour Lou est 49,7 mg et la dose administrée est 50 mg.
La posologie a donc été respectée pour Lou.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE

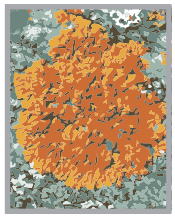
36 Perfectionnement

★★★

1 Trois points A, B et C sont tels que : $AB = 2\sqrt{75}$ cm, $BC = 4\sqrt{27}$ cm, $AC = \dfrac{2\sqrt{18}}{\sqrt{6}}$ cm.
Les trois points A, B, C sont-ils alignés ?

• $2\sqrt{75} = 2\sqrt{25\times3} = 2\sqrt{25}\times\sqrt{3} = 2\times5\times\sqrt{3}$
Donc $AB = 10\sqrt{3}$ cm.
• $4\sqrt{27} = 4\sqrt{9\times3} = 4\sqrt{9}\times\sqrt{3}$
$4\sqrt{27} = 4\times3\times\sqrt{3}$
Donc $BC = 12\sqrt{3}$ cm.
• $\dfrac{2\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{\dfrac{18}{6}} = 2\sqrt{3}$.
Donc $AC = 2\sqrt{3}$ cm.
• $AB + AC = 10\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3} = BC$.
$AB + AC = BC$ donc les points A, B et C sont alignés.

2 Après la fonte d'un glacier, de minuscules plantes appelées lichens, font leur apparition sur les rochers. Ils se développent sous la forme d'un cercle.
La relation entre le diamètre de ce cercle et l'âge du lichen peut être calculée de manière approximative avec la formule :



$$d = 7 \times \sqrt{t - 12}$$

où d est le diamètre du lichen, en mm, et t le nombre d'années écoulées après la disparition de la glace (avec $t \geqslant 12$).

a. Calculer le diamètre du lichen 16 ans après la disparition de la glace.

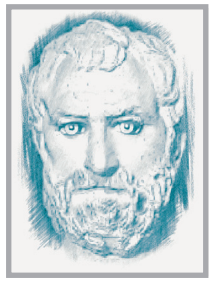
b. Anne a trouvé un lichen de diamètre 42 mm. Depuis combien d'années la glace a-t-elle disparu à cet endroit ?

D'après Évaluation *PISA*

a. $d = 7\times\sqrt{16-12} = 7\times\sqrt{4} = 7\times2 = 14$.
Le diamètre du lichen est 14 mm.

b. $7\times\sqrt{t-12} = 42$ c'est-à-dire $\sqrt{t-12} = 6$
et donc $t - 12 = 6^2$.
$t - 12 = 36$ donc $t = 36 + 12 = 48$.
Donc la glace a disparu depuis 48 ans.

3 Voici la méthode utilisée par Héron d'Alexandrie au I^er^ siècle après J.-C. pour obtenir une valeur approchée de $\sqrt{2}$.
Sur chaque ligne du tableau Héron calculait l'expression : $\dfrac{1}{2}\times\left(x + \dfrac{2}{x}\right)$ où x désigne la valeur exacte du nombre trouvé à la ligne précédente.



	Calculs	Valeur approchée
1	$\dfrac{1}{2}\times\left(1+\dfrac{2}{1}\right) = \dfrac{3}{2}$	$\dfrac{3}{2} = 1{,}5$
2	$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{2}{\frac{3}{2}}\right) = \dfrac{17}{12}$	$\dfrac{17}{12} \approx 1{,}4166666$
3	$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{17}{12}+\dfrac{2}{\frac{17}{12}}\right) = \dfrac{577}{408}$	$\dfrac{577}{408} \approx 1{,}41421568$

a. Vérifier à la main que les calculs des deux premières étapes sont exacts.

b. Vérifier avec la calculatrice que les calculs de la troisième étape sont exacts.

c. Avec la calculatrice, effectuer le calcul pour la quatrième étape et indiquer le nombre de décimales correctes obtenues.
Donner une valeur approchée de $\sqrt{2}$.

a. • Étape 1 : $\dfrac{1}{2}\times\left(1+\dfrac{2}{1}\right) = \dfrac{1}{2}\times3 = \dfrac{3}{2}$
• Étape 2 :
$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{2}{\frac{3}{2}}\right) = \dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3}{2}+2\times\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{4}{3}\right)$
$= \dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{9}{6}+\dfrac{8}{6}\right) = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{17}{6} = \dfrac{17}{12}$

b. $\frac{1}{2}\times\left(\frac{17}{12}+\frac{2}{\frac{17}{12}}\right)$ Math ▲ $\frac{577}{408}$

c. $\frac{1}{2}\times\left(\frac{577}{408}+\frac{2}{\frac{577}{408}}\right)$ DEG ↔ 1,414213562

Il y a donc 5 décimales correctes.
Une valeur approchée de $\sqrt{2}$ est 1,41421.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

Chapitre 6

Équations et inéquations du premier degré

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 37

Résoudre une équation du type $ax + b = cx + d$

- Une équation du premier degré $ax + b = cx + d$ (avec $a \neq c$) admet une solution et une seule.
- Pour résoudre une équation du premier degré, on utilise les règles suivantes :
- On **additionne** ou on **soustrait** un même nombre aux deux membres de l'équation.
- On **multiplie** ou on **divise** par un même nombre non nul les deux membres de l'équation.

★

1 Compléter.

a. Si x est un nombre tel que $x + 4 = 3$ alors

$x + 4 - 4 = 3$ ..-4.. c'est-à-dire $x =$ ..-1.....

b. Si x est un nombre tel que $4x = 3$ alors

$\frac{4x}{4} =$ ..$\frac{3}{4}$.. c'est-à-dire $x =$ ..0,75.....

c. Si y est un nombre tel que $y - 3 = 7$ alors

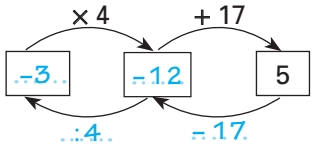
$y - 3 +$ ..3.. $= 7$ ..+3.. c'est-à-dire $y =$ ..10.....

d. Si y est un nombre tel que $\frac{1}{3}y = 5$ alors

..3.. $\times \frac{1}{3}y =$ ...3×5... c'est-à-dire $y =$ ..15.....

2 Compléter ces deux méthodes de résolution de l'équation $4t + 17 = 5$.

Avec un schéma



Algébriquement

$4t + 17$ ..-17.. $= 5$ ..-17....

.....$4t = -12$.....

.....$\frac{4t}{4} = \frac{-12}{4}$.....

.....$t = -3$.....

3 Compléter la résolution de l'équation $24 - t = -7t$.

$24 - t$ ..+t.. $= -7t$ ..+t..

.....$24 = -6t$.....

.....$\frac{24}{-6} = \frac{-6t}{-6}$.....

.....$t = -4$.....

★★

4 Résoudre l'équation $8x - 2 = 3x + 26$.

$8x - 2 = 3x + 26$
$8x - 2 - 3x = 3x + 26 - 3x$
$5x - 2 = 26$
$5x - 2 + 2 = 26 + 2$
$5x = 28$
$\frac{5x}{5} = \frac{28}{5}$
$x = 5,6$

La solution de l'équation est 5,6.

5 Davy affirme : « Les équations $4x - 7 = 5x - 9$ et $10y - 9 = 4y + 3$ ont la même solution ». A-t-il raison ? Justifier.

• Résolution de l'équation $4x - 7 = 5x - 9$.
$4x - 7 + 7 = 5x - 9 + 7$
$4x = 5x - 2$
$4x - 4x = 5x - 4x - 2$
$0 = x - 2$
$x = 2$
La solution de l'équation est 2.

• 2 est-il solution de l'équation $10y - 9 = 4y + 3$?
On remplace y par 2 dans chaque membre :
$10y - 9 = 10 \times 2 - 9 = 20 - 9 = 11$
$4y + 3 = 4 \times 2 + 3 = 8 + 3 = 11$
L'égalité est vérifiée pour $y = 2$
donc 2 est solution de l'équation $10y - 9 = 4y + 3$.

• Les deux équations ont la même solution : 2.
Davy a raison.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

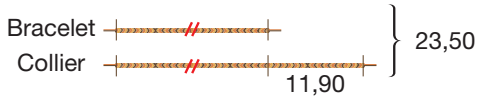
FICHE

38 Résoudre des problèmes du premier degré

★

1 Léa achète un collier et un bracelet ; elle paie 23,50 €. Le collier coûte 11,90 € de plus que le bracelet. Quel est le prix du bracelet ?

1. Utiliser ce schéma pour répondre.



$23{,}50 - 11{,}90 = 11{,}60$ et $\frac{11{,}60}{2} = 5{,}80$

Le bracelet coûte 5,80 €.

2. a. Aïssia a écrit l'équation $2x + 11{,}9 = 23{,}5$ pour traduire cet exercice. Que représente x ?

b. Résoudre l'équation d'Aïssia puis conclure.

a. x représente le prix du bracelet.

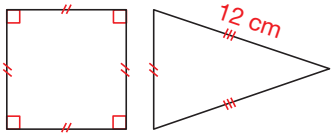
b. $2x + 11{,}9 - 11{,}9 = 23{,}5 - 11{,}9$

$2x = 11{,}6$

$x = 5{,}8$

Le bracelet coûte 5,80 €.

2 Ces deux figures ont le même périmètre.



1. Compléter puis calculer la longueur du côté du carré.

« Trois cotés du carré font 24 cm ».

$\frac{24}{3} = 8$ donc le côté du carré mesure 8 cm.

2. Lola a écrit l'équation : $4x = x + 12 + 12$.

a. Que représente x ?

b. Résoudre l'équation de Lola et conclure.

a. x représente la longueur du côté du carré (en cm).

b. $4x - x = x - x + 24$

$3x = 24$

$x = 8$

La longueur du côté du carré est 8 cm.

★★

3 Des amis donnent 14 € chacun pour offrir un cadeau. Six amis se joignent au groupe. Tom dit alors : « À présent, il nous suffit de donner 10 € chacun ».

a. Combien y avait-il d'amis au départ ?

1 Choix de l'inconnue

Que cherche-t-on ?

Le nombre d'amis au départ.

On note x cette inconnue.

2 Mise en équation

Exprimer en fonction de x :

- le nombre d'amis en tout : $x + 6$
- le prix du cadeau

– si chacun donne 14 € : $14x$

– si chacun donne 10 € : $10(x + 6)$

Quelle équation traduit la situation ?

$14x = 10(x + 6)$

3 Résolution de l'équation

$14x = 10x + 60$

$14x - 10x = 10x - 10x + 60$

$4x = 60$

$x = 15$

4 Conclusion

Il y avait au départ 15 amis.

b. Quel est le prix du cadeau ?

$14 \times 15 = 210$ ou $10 \times (15 + 6) = 210$

Donc le prix du cadeau est 210 €.

4 Aujourd'hui Joy a 15 ans et Léa a 38 ans. Dans combien d'années, l'âge de Léa sera-t-il le double de celui de Joy ?

- On note n le nombre d'années cherché.
- Dans n ans, Joy aura $15 + n$ ans et Léa $38 + n$ ans. D'où : $38 + n = 2(15 + n)$.
- $38 + n = 30 + 2n$

$38 - 30 = 2n - n$ d'où $n = 8$.

- Dans 8 ans, Joy aura 23 ans et Léa 46 ans.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 39

Résoudre une équation « produit nul »

a, *b*, *c*, *d* désignent des nombres.
Les solutions de l'équation « produit nul » $(ax+b)(cx+d)=0$ sont les nombres x tels que :
$ax+b=0$ ou $cx+d=0$.

★

1 Compléter.
● Les solutions de l'équation $(5x-10)(3x+7)=0$ sont les nombres x tels que :

$5x-10=$ ..0.. ou $3x+7=$ ..0..

$5x-10+10=0+10$ ... $3x+7-7=0-7$ ...

..... $5x=10$ .... $3x=-7$ .....

..... $\frac{5x}{5}=\frac{10}{5}$ .... $\frac{3x}{3}=\frac{-7}{3}$ .....

..... $x=2$ .... $x=-\frac{7}{3}$ .....

● Les solutions de l'équation sont ..2.. et ..$-\frac{7}{3}$.. .

2 Dans chaque cas résoudre l'équation.

a. $(8x-2)(-9x+6)=0$ **b.** $3x(5-x)=0$

a. • Les solutions de l'équation $(8x-2)(-9x+6)=0$ sont les nombres x tels que :
$8x-2=0$ ou $-9x+6=0$
$8x=2$ $-9x=-6$
$x=\frac{2}{8}$ $x=\frac{-6}{-9}$
$x=0{,}25$ $x=\frac{2}{3}$
• Les solutions de l'équation sont 0,25 et $\frac{2}{3}$.

b. • Les solutions de l'équation $3x(5-x)=0$ sont les nombres x tels que :
$3x=0$ ou $5-x=0$
$x=0$ $x=5$
• Les solutions de l'équation sont 0 et 5.

3 Donner mentalement la(les) solution(s) de chaque équation.

a. $(x+2)(x-7)=0$ ..-2 et 7.....

b. $5x(3x-12)=0$ ..0 et 4.....

c. $(x-3)^2=0$ ..3.....

d. $(9+3x)(3x-4)=0$ ..-3 et $\frac{4}{3}$.....

★★

4 On se propose de résoudre l'équation $5x^2+13x=0$.

a. Factoriser le membre de gauche.

$5x^2+13x=x(5x+13)$ .....

b. Résoudre l'équation obtenue.

$x(5x+13)=0$. Donc :
$x=0$ ou $5x+13=0$
$5x=-13$
$x=\frac{-13}{5}$
$x=-2{,}6$
Les solutions de l'équation sont 0 et $-2{,}6$.

5 **a.** Compléter cette factorisation.

$7x(x-3)+2(x-3)=(x-3)($ ..$7x+2$.. $)$

b. Résoudre l'équation $7x(x-3)+2(x-3)=0$.

Grâce à la question **a.**, on peut écrire :
$(x-3)(7x+2)=0$. Donc :
$x-3=0$ ou $7x+2=0$
$x=3$ $7x=-2$
$x=-\frac{2}{7}$
Les solutions de l'équation sont 3 et $-\frac{2}{7}$.

6 Factoriser le membre de gauche à l'aide d'une identité remarquable puis résoudre l'équation $49-(2-x)^2=0$.

$49-(2-x)^2=7^2-(2-x)^2$
$=(7-(2-x))(7+(2-x))$
$=(7-2+x)(7+2-x)$
$=(x+5)(-x+9)$
$(x+5)(-x+9)=0$ donc :
$x+5=0$ ou $-x+9=0$
$x=-5$ $x=9$
Les solutions de l'équation sont -5 et 9.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 40

Inéquations du premier degré à une inconnue

Pour résoudre une inéquation du premier degré, on utilise les règles suivantes :
- On **additionne** ou on **soustrait** un même nombre aux deux membres de l'inéquation.
- On **multiplie** ou on **divise** les deux membres de l'inéquation :
  - par un même nombre **strictement positif en conservant** le sens de l'inégalité ;
  - par un même nombre **strictement négatif** mais **en changeant** le sens de l'inégalité.

★

1 **a.** Remplacer x par 8 pour montrer que 8 est solution de l'inéquation $3x - 19 > x - 7$.

• $3x - 19 =$ .3×8 – 19. = .5. • $x - 7 =$ .8 – 7. = .1.

.5. > .1. donc 8 est solution de cette inéquation.

b. 2 est-il solution de l'inéquation $3x - 19 > x - 7$?

Pour $x = 2$: • $3x - 19 = 3 \times 2 - 19 = -13$
• $x - 7 = 2 - 7 = -5$
$-13 < -5$ *donc 2 n'est pas solution.*

2 Dire si le nombre 0,8 est solution de l'inéquation : $5 - 2x \leqslant 1 + 3x$.

Pour $x = 0{,}8$: • $5 - 2x = 5 - 2 \times 0{,}8 = 3{,}4$
• $1 + 3x = 1 + 3 \times 0{,}8 = 3{,}4$
$3{,}4 \leqslant 3{,}4$ *donc 0,8 est solution.*

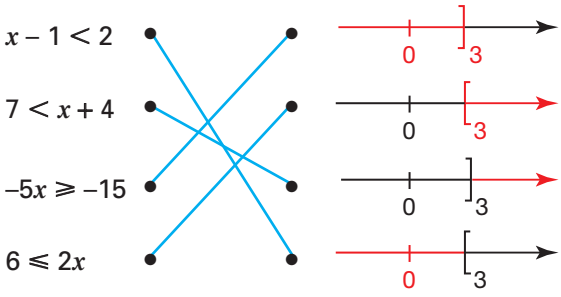
3 Compléter.

a. $x - 5 > 2$ donc $x - 5 + 5$.>. $2 + 5$. soit x .>. 7. .

b. $3x \leqslant 15$ donc $\frac{3x}{3}$.⩽. $\frac{15}{3}$. soit x .⩽. 5. .

c. $-4x < 24$ donc $\frac{-4x}{-4}$.>. $\frac{24}{-4}$. soit x .>. –6. .

4 Relier chaque inéquation à la représentation de ses solutions sur la droite graduée (en rouge).



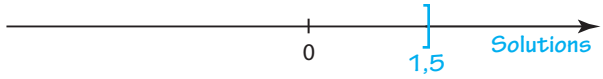
★★

5 **a.** Compléter la résolution de l'inéquation : $3x + 6 < 7x$.

$3x - 3x + 6$.<. $7x - 3x$.
6 .<. $4x$.
$\frac{6}{4}$.<. $\frac{4x}{4}$.
x .>. 1,5.

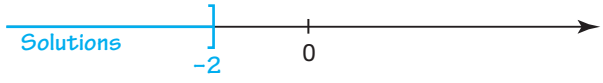
Les solutions sont les nombres .....
strictement supérieurs à 1,5. .....

b. Représenter les solutions.



6 Résoudre l'inéquation : $13 + x \leqslant 3 - 4x$. Représenter les solutions sur la droite.

$13 + x + 4x \leqslant 3 - 4x + 4x$
$13 - 13 + 5x \leqslant 3 - 13$
$5x \leqslant -10$
$x \leqslant -2$
Les solutions sont les nombres inférieurs ou égaux à –2.



7 Résoudre l'inéquation : $6 - (3x - 8) < 4x$.

$6 - 3x + 8 < 4x$
$14 - 3x + 3x < 4x + 3x$
$14 < 7x$
$2 < x$
Les solutions sont les nombres strictement supérieurs à 2.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 41

Utiliser un tableur

★

1 On se propose de résoudre avec un tableur l'équation :

$$19x - 63 = 5x^2 - 17x.$$

Pour cela on a préparé cette feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	0	1	2	3	4	5	6
2	$19x-63$	-63	-44	-25	-6	13	32	51
3	$5x^2-17x$	0	-12	-14	-6	12	40	78

1. Entourer la formule que l'on peut saisir avant de la recopier vers la droite.

- dans la cellule B2 :
  - =19*B2–63
  - =19B1–63
  - =19*B1–63
  - =19*0–63
- dans la cellule B3 :
  - =5*B1²–17*B1
  - =5*B1*B1–17*B1

2. a. Recopier et compléter la feuille de calcul.

b. Quelle solution de l'équation peut-on lire ?

On lit que 3 est solution de l'équation.

3. L'autre solution de l'équation est un nombre décimal avec un seul chiffre après la virgule, compris entre 4 et 5.
En modifiant uniquement la ligne 1, déterminer la valeur de cette seconde solution.

La seconde solution est : 4,2.

2 L'équation $y^2 + 91 = 20y$ admet deux solutions qui sont des nombres entiers compris entre 0 et 20.

a. Recopier puis compléter jusqu'à la ligne 22 cette feuille de calcul.

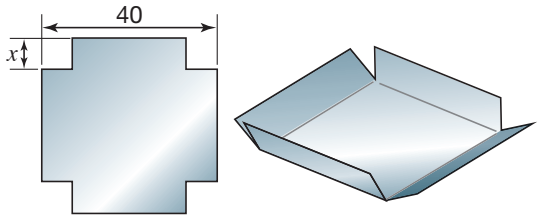
	A	B	C
1	y	y^2+91	$20y$
2	0	91	0
3	1	92	20
4	2	95	40

b. Quelles sont les solutions de l'équation $y^2 + 91 = 20y$?

Les solutions de cette équation sont : 7 et 13.

★★

3 Avec un carré de métal de 40 cm de côté, on fabrique une boîte parallélépipédique.
On enlève à chaque coin un carré de côté x (en cm) et on relève les bords par pliage.



1. Quelles sont les valeurs possibles de x ?

x est compris entre 0 et 20.

2. Exprimer en fonction de x :

a. le côté C du fond carré de la boîte :

$C = 40 - 2x$

b. l'aire A de ce carré :

$A = (40 - 2x)^2$

c. le volume V de la boîte :

$V = x(40 - 2x)^2$

3. On se propose de calculer V avec cette feuille de calcul.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	0	1	2	3	4	5	6
2	C	40	38	36	34	32	30	28
3	A	1 600	1 444	1 296	1 156	1 024	900	784
4	V	0	1 444	2 592	3 468	4 096	4 500	4 704

Avant de la recopier vers la droite, quelle formule peut-on saisir dans la cellule :

- B2 ? =40-2*B1
- B3 ? =B2*B2 ou =B2^2
- B4 ? =B1*B3

4. a. Recopier puis compléter cette feuille de calcul jusqu'à la colonne V.

b. On désire réaliser une boîte dont le volume est supérieur ou égal à 4 500 cm³.
Compléter cet encadrement des valeurs possibles de x.

$5 \leqslant x < 9$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

FICHE 42

OBJECTIF BREVET

Sélection de sujets de Brevet

★★

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

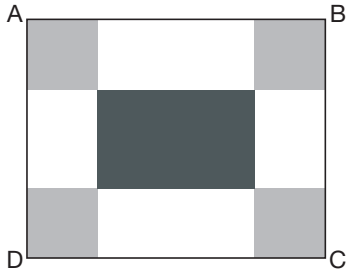
Note ..... / 5

QCM

A	L'équation $4x + 2 = 6x + 8$ a la même solution que…	$2 - x = 2x + 11$	$2 = 17 + 5x$	$0{,}4x + 1{,}2 = 0$
B	La longueur d'un rectangle dont le périmètre est 34 cm mesure 5 cm de plus que sa largeur. Alors…	si x désigne la largeur en cm, on a $4x + 5 = 34$	si x désigne la largeur en cm, on a $2x + 5 = 17$	si x désigne la longueur en cm, on a $4x - 10 = 34$
C	Les solutions de l'équation $(x + 7)(2x - 7) = 0$ sont…	-7 et 3,5	7 et -3, 5	-7 et 5
D	Un nombre solution de l'inéquation $8 + x \leqslant 14 - x$ est…	-10	3	10
E	La (ou les) solution(s) de l'inéquation $-2x + 14 \leqslant 16$ est (sont)…	tous les nombres inférieurs ou égaux à -1	tous les nombres supérieurs ou égaux à -1	-1

1 Relier géométrie et équations

ABCD est un rectangle tel que AB = 30 cm et BC = 24 cm.
On colorie aux quatre coins du rectangle quatre carrés identiques en gris.
On délimite ainsi un rectangle central que l'on colorie en noir.



1. Dans cette question, les quatre carrés gris ont tous 7 cm de côté.
Dans ce cas :

a. quel est le périmètre d'un carré gris ?

b. quel est le périmètre du rectangle noir ?

2. Dans cette question, la longueur du côté des quatre carrés gris peut varier.
Par conséquent, les dimensions du rectangle noir varient aussi.
Est-il possible que le périmètre du rectangle noir soit égal à la somme des périmètres des quatre carrés gris ?

D'après *DNB*

1. a. 4×7 cm $= 28$ cm.
Donc le périmètre d'un carré gris est 28 cm.

b. 30 cm $- 2 \times 7$ cm $= 16$ cm
24 cm $- 2 \times 7$ cm $= 10$ cm.
Les dimensions du rectangle noir sont 16 cm et 10 cm.
2×16 cm $+ 2 \times 10$ cm $= 52$ cm.
Donc le périmètre du rectangle est 52 cm.

2. On note x la longueur, en cm, du côté de chaque carré gris ($x \geqslant 0$).

• La somme S des périmètres des quatre carrés gris est $S = 4 \times 4x$ c'est-à-dire $S = 16x$.

• Les dimensions du rectangle noir sont $30 - 2x$ et $24 - 2x$.
Le périmètre P du rectangle noir est :
$P = 2(30 - 2x) + 2(24 - 2x)$
$P = 60 - 4x + 48 - 4x$
$P = -8x + 108$

• $P = S$
On obtient l'équation : $16x = -8x + 108$
$16x + 8x = -8x + 8x + 108$
$24x = 108$
$x = 4{,}5$
Le périmètre du rectangle noir est égal à la somme des périmètres des quatre carrés gris lorsque la longueur du côté d'un carré gris est 4,5 cm.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

2 ▶ Mettre en équation un problème

Ajouter 10 à un nombre revient à le multiplier par 5.
Quel est ce nombre ?

D'après *DNB*

On note x le nombre.
$x + 10 = 5x$
$x + 10 - x = 5x - x$
$10 = 4x$
$x = 2{,}5$
Donc le nombre est 2,5.

3 ▶ Utiliser un programme de calcul

On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Soustraire 5.
- Calculer le carré du résultat obtenu.

a. On choisit 20 comme nombre de départ. Montrer que le résultat obtenu est 225.

b. Quel résultat obtient-on lorsque le nombre de départ est 1 ?

c. Quel(s) nombre(s) de départ faut-il choisir pour le résultat du programme soit 36 ?
Toute trace d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

D'après *DNB*

a. • 20 • $20 - 5 = 15$ • $15^2 = 225$
On obtient bien 225.
b. • 1 • $1 - 5 = -4$ • $(-4)^2 = 16$
On obtient 16.
c. *On note x le nombre choisi au départ.*
• x • $x - 5$ • $(x - 5)^2$
On obtient $(x - 5)^2$ comme résultat.
Ce résultat est 36 donc $(x - 5)^2 = 36$.
$(x - 5)^2 - 36 = 36 - 36$ ou $(x - 5)^2 - 36 = 0$
On factorise $(x - 5)^2 - 36$.
$(x - 5)^2 - 36 = (x - 5)^2 - 6^2$
$= (x - 5 + 6)(x - 5 - 6)$
$= (x + 1)(x - 11)$
Les nombres cherchés sont les solutions de l'équation $(x + 1)(x - 11) = 0$.
Donc $x + 1 = 0$ ou $x - 11 = 0$
$x = -1$ $x = 11$
Si on choisit −1 ou 11 comme nombre de départ, on obtient 36 comme résultat.

4 ▶ Factoriser pour résoudre

On cherche à résoudre l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

a. Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution de cette équation ?

b. Prouver que $(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$.

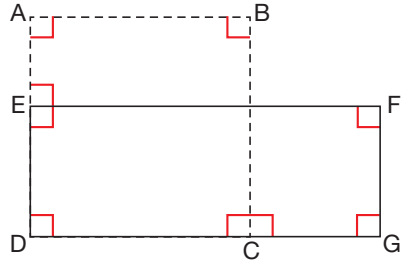
c. Résoudre l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

D'après *DNB*

a. $\left(4 \times \frac{3}{4} - 3\right)^2 - 9 = (3 - 3)^2 - 9 = 0^2 - 9 = -9$.
Donc le nombre $\frac{3}{4}$ n'est pas solution de l'équation.
b. $(4x - 3)^2 - 9 = (4x - 3)^2 - 3^2$
$= (4x - 3 + 3)(4x - 3 - 3)$
$= 4x(4x - 6)$.
c. *Les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$ sont les solutions de l'équation $4x(4x - 6) = 0$.*
Donc : $4x = 0$ ou $4x - 6 = 0$
$x = 0$ $4x = 6$
$x = 1{,}5$
Les solutions de l'équation sont 0 et 1,5.

5 ▶ Prendre des initiatives

La figure ci-dessous est composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.
Dans cette figure la longueur AB peut varier mais on a toujours : AE = 15 cm et CG = 25 cm.



Peut-on trouver AB de sorte que le carré ABCD et le rectangle DEFG aient la même aire ?
Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

D'après *DNB*

On note x la longueur AB, en cm ($x \geqslant 0$). On a alors :
• *ED = $x - 15$ et DG = $x + 25$*
• *L'aire de ABCD est x^2.*
L'aire de EFGD est $(x - 15)(x + 25)$.
Donc $x^2 = (x - 15)(x + 25)$.
$x^2 = x^2 + 25x - 15x - 375$
$x^2 = x^2 + 10x - 375$
$x^2 - x^2 + 375 = x^2 + 10x - 375 - x^2 + 375$
$375 = 10x$
$x = 37{,}5$
Les deux aires sont égales lorsque AB = 37,5 cm.

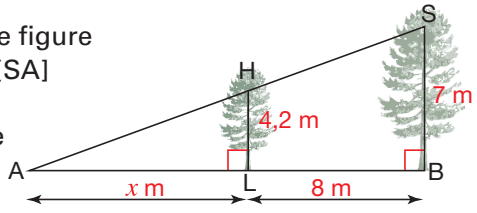
© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE
43 Perfectionnement

★★★

1 Sur cette figure le segment [SA] représente la tyrolienne d'un parc aventure.



x (en m) est la longueur AL que l'on veut calculer.

a. Exprimer la longueur AB en fonction de x, puis utiliser le théorème de Thalès pour en déduire que :

$$7x = 4{,}2x + 33{,}6.$$

b. Résoudre cette équation puis conclure.

a. $AB = x + 8$
Les droites (HL) et (SB) sont perpendiculaires à (AB) donc parallèles.
D'après le théorème de Thalès : $\frac{x}{x+8} = \frac{4{,}2}{7}$.
L'égalité des produits en croix permet d'écrire $7x = 4{,}2(x+8)$ soit $7x = 4{,}2x + 33{,}6$.

b. $7x - 4{,}2x = 4{,}2x - 4{,}2x + 33{,}6$
$2{,}8x = 33{,}6$
$x = 12$
La longueur AL est égale à 12 m.

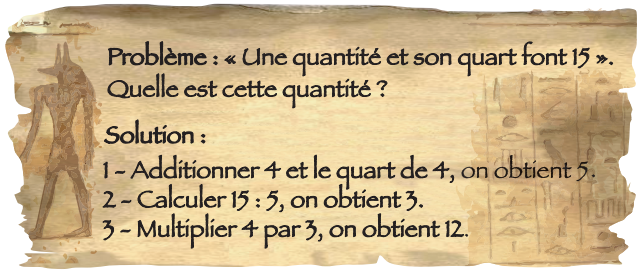
2 Voici deux programmes de calculs.

Programme 1	Programme 2
• Choisir un nombre. • Ajouter 6. • Élever au carré.	• Choisir un nombre. • Ajouter 12. • Multiplier par 3.

Existe-t-il un nombre pour lequel on obtient le même résultat avec ces deux programmes ?

• On note x le nombre choisi au départ.
Avec le programme 1 on obtient $(x+6)^2$ c'est-à-dire $x^2 + 12x + 36$.
Avec le programme 2 on obtient $3(x+12)$ c'est-à-dire $3x + 36$.
• On résout l'équation :
$x^2 + 12x + 36 = 3x + 36$.
$x^2 + 12x = 3x$
$x^2 + 12x - 3x = 3x - 3x$
$x^2 + 9x = 0$
c'est-à-dire $x(x+9) = 0$
Donc $x = 0$ ou $x + 9 = 0$ c'est-à-dire $x = 0$ ou $x = -9$.
Si l'on choisit 0 ou −9 on obtient le même résultat avec les deux programmes.

3 Des Égyptiens utilisaient la technique de la fausse position pour résoudre des problèmes. Voici un extrait du papyrus de Rhind (–1650 avant J.-C.).

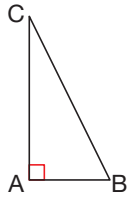


a. Vérifier que 12 est la quantité cherchée.

b. Traduire ce problème par une équation actuelle puis résoudre cette équation.

a. $12 + \frac{12}{4} = 12 + 3 = 15$ donc c'est exact.
b. On note x la quantité cherchée.
$x + \frac{1}{4} \times x = 15$ c'est-à-dire $\frac{4x}{4} + \frac{x}{4} = 15$
soit $\frac{5x}{4} = 15$ d'où $\frac{4}{5} \times \frac{5x}{4} = \frac{4}{5} \times 15$
Donc $x = 12$

4 Avec une corde de 80 m un géomètre délimite un terrain qui a la forme d'un triangle ABC rectangle en A.
Le côté [AB] mesure 16 m.
Quelles sont les longueurs des deux autres côtés ?



On note x la longueur AC, en m ($x > 0$).
La longueur BC est 80 − 16 − x soit 64 − x.
D'après l'égalité de Pythagore : $BC^2 = AB^2 + AC^2$
soit : $(64 - x)^2 = x^2 + 16^2$.
$4\,096 - 128x + x^2 = x^2 + 256$
$4\,096 - 128x = 256$
$4\,096 - 128x - 4\,096 = 256 - 4\,096$
$-128x = -3\,840$
$x = 30$.
Le côté [AB] mesure 30 m.
64 − 30 = 34 donc BC = 34 m.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

Chapitre 7

Systèmes de deux équations à une inconnue

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 44

Vocabulaire et représentation graphique

- Un **système** de deux équations du premier degré à **deux inconnues x et y** est de la forme $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ où a, b, c, a', b' et c' désignent des nombres.
- Une **solution** d'un tel système est **un couple** $(x\,;y)$ pour lequel les deux équations sont vérifiées **simultanément**.
- **Résoudre** un système, c'est trouver tous ses couples solutions.

(En 3e, les systèmes ont un seul couple-solution).

★

1 On se propose de tester si le couple $(4\,;5)$ est solution du système : $\begin{cases} 2x + y = 13 \\ 4x + 7y = 41 \end{cases}$.

Compléter. Pour $x = 4$ et $y = 5$:

- $2x + y = 2 \times$ 4 $+$ 5 $=$ 13
Donc le couple $(4\,;5)$ vérifie la 1re équation.
- $4x + 7y = 4 \times$ 4 $+ 7 \times$ 5 $=$ 51
Donc le couple $(4\,;5)$ ne vérifie pas la 2e équation.
- Donc le couple $(4\,;5)$ n'est pas solution de ce système.

2 On se propose de tester si le couple $(10\,;3)$ est solution du système : $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 5x + 6y = 68 \end{cases}$.

Compléter. Pour $x = 10$ et $y = 3$:

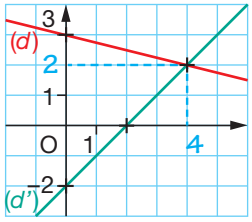
- $x - 2y =$ 10 $-$ 2 $\times$ 3 $=$ 4
Donc le couple $(10\,;3)$ vérifie la 1re équation.
- $5x + 6y =$ 5 $\times$ 10 $+$ 6 $\times$ 3 $=$ 68
Donc le couple $(10\,;3)$ vérifie la 2e équation.
- Donc le couple $(10\,;3)$ est la solution de ce système.

3 Entourer le couple qui est la solution du système : $\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x + y = 25 \end{cases}$.

- $(7\,;4)$ ● $(10\,;0)$ ● $(8\,;1)$

★★

4 Ci-contre, les droites (d) et (d') représentent les fonctions affines $f : x \mapsto -0{,}25x + 3$ et $g : x \mapsto x - 2$.



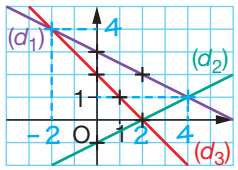
a. Lire graphiquement la solution du système $\begin{cases} y = -0{,}25x + 3 \\ y = x - 2 \end{cases}$.

b. Vérifier par le calcul que ce couple est bien la solution du système.

a. La solution du système est le couple de coordonnées du point d'intersection des droites (d) et (d'). C'est le couple $(4\,;2)$.

b. On remplace x par 4 dans chaque équation.
$-0{,}25 \times 4 + 3 = -1 + 3 = 2$ et $4 - 2 = 2$
Donc le couple $(4\,;2)$ est bien la solution.

5 La droite (d_1) représente la fonction $x \mapsto -0{,}5x + 3$, (d_2) la fonction $x \mapsto 0{,}5x - 1$ et (d_3) la fonction $x \mapsto 2 - x$
Lire graphiquement la solution de chaque système.



a. $\begin{cases} y = -0{,}5x + 3 \\ x + y = 2 \end{cases}$ $(-2\,;4)$ **b.** $\begin{cases} y = 0{,}5x - 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$ $(2\,;0)$

c. $\begin{cases} y = 0{,}5x - 1 \\ 0{,}5x + y = 3 \end{cases}$ $(4\,;1)$

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 45

Résoudre algébriquement un système

★

1 Compléter afin de résoudre le système $\begin{cases} x + 4y = 16 \\ 3x - 2y = 13 \end{cases}$.

• La première équation s'écrit $x =$ 16 – 4y.

• On remplace x par 16 – 4y dans la deuxième équation ; on obtient : 3 (16 – 4y) – 2y = 13.

• La solution de cette équation est $y =$ 2,5.

48 – 12y – 2y = 13
48 – 14y = 13
–14y = 13 – 48
–14y = – 35
$\frac{-14y}{-14} = \frac{-35}{-14}$
y = 2,5

• On remplace y par 2,5 dans $x =$ 16 – 4y.

$x = 16 - 4 \times$ 2,5 = 16 – 10 = 6.

Le couple (6 ; 2,5) est la solution du système.

2 Compléter afin de résoudre le système $\begin{cases} 5x - 3y = 17 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$.

• La deuxième équation s'écrit $y =$ 9 – 2x.

• On remplace y par 9 – 2x dans la première équation ; on obtient : 5x – 3 (9 – 2x) = 17.

• La solution de cette équation est $x =$ 4.

5x – 27 + 6x = 17
11x – 27 = 17
11x = 17 + 27
11x = 44
x = 4

• On remplace x par 4 dans y = 9 – 2x :

y = 9 – 2 × 4 = 1.

• Le couple (4 ; 1) est la solution du système.

★★

3 On désire résoudre le système $\begin{cases} 2x + 6y = 46 \\ 7x + 9y = 83 \end{cases}$.

a. Exprimer x en fonction de y dans la première équation.

2x = 46 – 6y donc x = 23 – 3y

b. Terminer la résolution de ce système.

• En remplaçant x par 23 – y dans la deuxième équation on obtient :
7 (23 – 3y) + 9y = 83
161 – 21y + 9y = 83
161 – 12y = 83
–12y = 83 – 161
–12y = –78
$\frac{-12y}{-12} = \frac{-78}{-12}$
y = 6,5

• On remplace y par 6,5 dans x = 23 – 3y :
x = 23 – 3 × 6,5 = 23 – 19,5 = 3,5.

• Le couple (3,5 ; 6,5) est la solution de ce système.

4 On désire résoudre le système $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$.

a. Par addition membre à membre on obtient :

2x – y + 3x + y = 5 + 4

soit 5x = 9 et donc $x = \frac{9}{5} = 1{,}8$.

b. Terminer la résolution de ce système.

• On remplace x par 1,8 dans une des équations, 3x + y = 4 par exemple.
3 × 1,8 + y = 4
5,4 + y = 4
y = 4 – 5,4
y = –1,4

• Le couple (1,8 ; –1, 4) est la solution de ce système.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 46

Problèmes se ramenant à un système

★

1 Mardi 130 billets ont été vendus pour une recette de 900 €.

Cinéma le Travelling
Enfant : 4,00€
Adulte : 9,00€

a. Est-il possible que 80 billets enfants et 50 billets adultes aient été vendus ce mardi ?

$80 \times 4\,€ + 50 \times 9\,€ = 320\,€ + 450\,€ = 770\,€$

$770\,€ \neq 900\,€$ donc c'est impossible.

b. On peut associer l'information sur la recette et l'équation $4x + 9y = 900$ notée (E_1).
Que représentent les inconnues x et y ?

x est le nombre de billets enfants et

y le nombre de billets adultes vendus.

c. Traduire l'autre information par une équation notée (E_2) : $x + y = 130$

d. Ecrire le système constitué des équations (E_1) et (E_2).

$$\begin{cases} 4x + 9y = 900 \\ x + y = 130 \end{cases}$$

2 Fanny à Manon : « J'ai 38 amis de plus que toi ».
Manon : « À nous deux, nous avons 210 amis ».
Combien d'amis a chacune d'elles ?

a. On note x le nombre d'amis de Fanny et y le nombre d'amis de Manon.
Compléter ce système qui traduit les données de l'énoncé : $\begin{cases} x = y + 38 \\ x + y = 210 \end{cases}$.

b. Résoudre ce système puis conclure.

• On remplace x par $y + 38$ dans la deuxième équation. On obtient :
$y + 38 + y = 210$
$2y + 38 = 210$
$2y = 210 - 38$
$2y = 172$
$y = 86$

• On remplace y par 86 dans $x = y + 38$:
$x = 86 + 38$ d'où $x = 124$.
Le couple $(124 ; 86)$ est la solution.

• Fanny a 124 amis et Manon en a 86.

★★

3 Existe-t-il deux nombres dont la somme est 37 et dont la différence est 9 ?

• On note x le plus grand des nombres et y le plus petit.
• On obtient le système : $\begin{cases} x + y = 37 \\ x - y = 9 \end{cases}$
Par addition membre à membre on obtient : $x + y + x - y = 37 + 9$
soit $2x = 46$ et $x = 23$
On remplace x par 23 dans $x + y = 37$.
$23 + y = 37$ d'où $y = 37 - 23 = 14$.
Le couple $(23 ; 14)$ est la solution.

• Les deux nombres sont 23 et 14.

4 Louise vend les colliers ci-dessous.

Toutes les perles roses ont le même prix et toutes les perles dorées ont le même prix.
Le prix d'un collier dépend uniquement du nombre de perles.
Quel est le prix du collier 3 ?

• On note x le prix d'une perle rose et y le prix d'une perle dorée.
• Le collier 1 comporte 3 perles roses et 2 perles dorées.
Le collier 2 comporte 2 perles roses et une perle dorée.
On obtient le système : $\begin{cases} 3x + 2y = 19,5 \\ 2x + y = 11,5 \end{cases}$
Dans la 2e équation : $y = 11,5 - 2x$.
Dans la 1re équation, on obtient :
$3x + 2(11,5 - 2x) = 19,5$
$3x + 23 - 4x = 19,5$
$23 - x = 19,5$
Donc $x = 3,5$.
Alors $y = 11,5 - 2 \times 3,5$ et donc $y = 4,5$.
Le couple $(3,5 ; 4,5)$ est la solution.

• Une perle rose coûte 3,50 € et une perle dorée coûte 4,50 €.

• Le collier 3 comporte 4 perles roses et 3 perles dorées.
Alors : $4 \times 3,5 + 3 \times 4,5 = 27,5$
donc le collier 3 coûte 27,50 €.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

FICHE 47

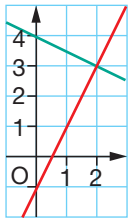
OBJECTIF BREVET

Sélection de sujets de Brevet

★★

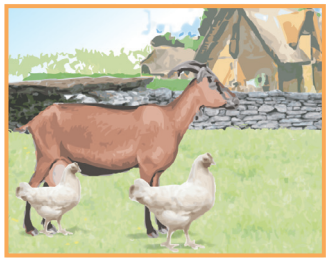
QCM **Voici un questionnaire à choix multiples.**
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

A	Un couple solution de l'équation $2x + 3y = 5$ est…	$(7 ; -3)$	$(0 ; 2{,}5)$	$(1 ; 1)$
B	Le couple $(3 ; -5)$ est solution du (des) système(s)…	$\begin{cases} 7x - y = 26 \\ 9x + 2y = 17 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = -2 \\ 5x - 4y = 35 \end{cases}$	$\begin{cases} y = x - 8 \\ 6x = 18 + y \end{cases}$
C	On a représenté les fonctions affines f et g telles que $f(x) = -0,5x + 4$ et $g(x) = 2x - 1$. Alors… 	le système $\begin{cases} y = -0,5x + 4 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ a pour solution le couple $(3 ; 2)$.	le système $\begin{cases} y = -0,5x + 4 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$ a pour solution le couple $(2 ; 3)$.	le système $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ a pour solution le couple $(2 ; 3)$.
D	Pour résoudre le système $\begin{cases} 2x - 4y = 38 \\ 3x + y = 22 \end{cases}$ on peut commencer par écrire…	$x = 19 + 2y$	$2x - 4 \times 22 - 3x = 38$	$y = 22 - 3x$
E	14 personnes payent 39 € pour des jus d'orange à 3,50 € et des cafés à 1,50 €. Cette situation peut se traduire par le système…	$\begin{cases} x + y = 14 \\ 3{,}5x + 1{,}5y = 39 \end{cases}$ où x désigne le nombre de cafés et y le nombre de jus d'orange.	$\begin{cases} x + y = 39 \\ 3{,}5x + 1{,}5y = 14 \end{cases}$ où x désigne le nombre de jus d'orange et y le nombre de cafés.	$\begin{cases} x + y = 14 \\ 3{,}5x + 1{,}5y = 39 \end{cases}$ où x désigne le nombre de jus d'orange et y le nombre de cafés.

1 Traduire une situation avec un système

A Poindimié, en Nouvelle Calédonie, Torres possède un enclos de 18 animaux avec uniquement des poules et des chèvres.



Il dit à son petit-fils :
« Je compte 40 pattes. Peux-tu me dire quel est le nombre de poules et le nombre de chèvres dans mon enclos ? »
Son petit-fils lui répond : « Eh bien… Oui ! ».
Déterminer le nombre de poules et le nombre de chèvres de Torres.

D'après *DNB*

- On note x le nombre de poules et y le nombre de chèvres.
- Une poule a deux pattes, une chèvre en a quatre.

On obtient le système : $\begin{cases} 2x + 4y = 40 \\ x + y = 18 \end{cases}$

Dans la 2e équation : $y = 18 - x$.
Dans la 1re équation, on obtient :

$2x + 4(18 - x) = 40$
$2x + 72 - 4x = 40$
$72 - 2x = 40$
$2x = 32$
$x = 16$.

Alors $y = 18 - 16$ et donc $y = 2$.
Le couple $(16 ; 2)$ est la solution du système.

- Torres a 16 poules et 2 chèvres.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

2 Organiser des informations

Max a 21 billets dans sa tirelire.
Il a des billets de 5 € et de 10 €
pour une somme totale de 125 €.
Combien de billets de chaque
sorte possède-t-il ?

D'après *DNB*

• On note x le nombre de billets de 10 € et y le nombre de billets de 5 €.

• On obtient le système : $\begin{cases} x + y = 21 \\ 5x + 10y = 125 \end{cases}$

Dans la 1re équation : $y = 21 - x$.
Dans la 2e équation on obtient :

$5x + 10(21 - x) = 125$
$5x + 210 - 10x = 125$
$210 - 5x = 125$
$5x = 85$
$x = 17$

Alors $y = 21 - 17$ et donc $y = 4$.
Le couple $(17 ; 4)$ est la solution du système.
• Max a 17 billets de 5 € et 4 billets de 10 €.

3 Résoudre ou non un système

• Un œuf de poule pèse en moyenne 63 g.
• Le blanc d'œuf est deux fois plus lourd que le jaune d'œuf.
• Le jaune d'œuf est deux fois plus lourd que la coquille.
Combien pèse la coquille d'un œuf de poule ?
Toute trace de recherche, même non aboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

D'après *DNB*

• Le jaune est deux fois plus lourd que la coquille et le blanc est deux fois plus lourd que le jaune, donc quatre fois plus lourd que la coquille.
La masse de l'œuf est donc 7 fois celle de la coquille.

$63g : 7 = 9g$.

• On note x la masse de la coquille, y la masse du jaune d'œuf et z la masse du blanc d'œuf.

On obtient le système : $\begin{cases} x + y + z = 63 \\ z = 2y \\ y = 2x \end{cases}$

En remplaçant y par $2x$ dans les deux premières équations, on obtient le système :

$\begin{cases} 3x + z = 63 \\ z = 4x \\ y = 2x \end{cases}$

En remplaçant z par $4x$ dans la première équation, on obtient :
$3x + 4x = 63$ soit $7x = 63$ et donc $x = 9$.
Donc la coquille pèse 9 g.

4 Profiter d'une situation particulière

Un samedi, à la caisse d'un parc aventure, un adulte et deux enfants payent 21 €, deux adultes et trois enfants payent 36 €.
Un adulte et un enfant vont dans ce parc ce jour-là.
Le caissier leur réclame 16 €.
« Vous vous trompez ! » s'exclame l'enfant.
A-t-il raison ? Pourquoi ?

D'après *DNB*

On peut résumer la situation avec ce schéma.
Par soustraction membre à membre on obtient :
Donc un adulte et un enfant doivent payer 15 €.
L'enfant a raison.

5 Utiliser la solution d'un système

a. Résoudre le système : $\begin{cases} x + y = 1400 \\ x + 3y = 3\,000 \end{cases}$.

b. Lors d'un cross,
• les benjamines ont effectué un petit tour et un grand tour pour parcourir 1 400 m ;
• les minimes garçons ont effectué un petit tour et trois grands tours pour parcourir 3 000 m.
Quelle est la distance parcourue par les benjamins qui ont effectué un petit tour et deux grands tours ?

D'après *DNB*

a. Dans la 1re équation : $x = 1\,400 - y$.
Dans la 2e équation, on obtient :

$1\,400 - y + 3y = 3\,000$
$1\,400 + 2y = 3\,000$
$2y = 3\,000 - 1\,400$
$2y = 1\,600$
$y = 800$

Alors $x = 1\,400 - 800$ et donc $x = 600$.
Le couple $(600 ; 800)$ est la solution du système.

b. • On note x la longueur d'un petit tour et y la longueur d'un grand tour (en m).

On obtient le système : $\begin{cases} x + y = 1400 \\ x + 3y = 3000 \end{cases}$.

On a résolu ce système à la question **a**.
La solution est le couple $(600 ; 800)$.
Donc un petit tour fait 600 m et un grand tour fait 800 m.

• $600\text{ m} + 2 \times 800\text{ m} = 2\,200$ m.
Donc les benjamins ont parcouru 2 200 m.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 48

Perfectionnement

★★★

1 **1.** On désire résoudre le système

① $\begin{cases} x^2 - y^2 = 144 \\ x + y = 18 \end{cases}$.

a. Factoriser le membre de gauche de la première équation.

b. Expliquer pourquoi résoudre le système ① revient à résoudre le système ② $\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y = 18 \end{cases}$.

c. Résoudre le système ② et en déduire la solution du système ①.

2. Un bassin carré est entouré par une pelouse d'aire 144 m² qui délimite un second carré. Pour clôturer à la fois le tour du bassin et le tour de la pelouse on a utilisé 72 m de clôture. Peut-on connaître les longueurs des côtés des deux carrés ? Si oui, quelles sont-elles ?

1. a. $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

b. 1re équation : $(x + y)(x - y) = 144$.
En remplaçant $x + y$ par 18, on obtient $18(x - y) = 144$ d'où $x - y = 8$.
La 1re équation s'écrit donc $x - y = 8$.
Résoudre le système ① revient donc à résoudre le système ②.

c. Par addition membre à membre, on obtient : $x - y + x + y = 8 + 18$
soit $2x = 26$ d'où $x = 13$.
Alors : $13 + y = 18$ et donc $y = 5$.
Le couple (13 ; 5) est la solution du système ②.

2. On note x la longueur du côté de la pelouse et y la longueur du côté du bassin (en m).

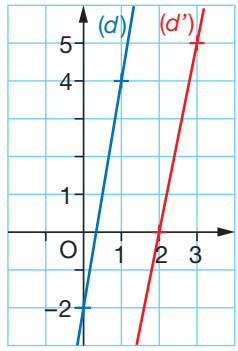
• L'aire de la pelouse est $x^2 - y^2$ et on obtient alors $x^2 - y^2 = 144$.

• Le tour du bassin est $4y$.
Le tour de la pelouse est $4x$.
La longueur totale de la clôture est $4x + 4y$ soit $4(x + y)$. Donc $4(x + y) = 72$ ou $x + y = 18$.

• Le couple $(x ; y)$ vérifie le système ① qui a pour solution le couple (13 ; 5).

• Les longueurs des côtés des carrés sont 13 m pour la pelouse et 5 m pour le bassin.

2 Sur ce graphique, les droites (d) et (d') représentent respectivement deux fonctions affines f et g.



a. Déterminer l'expression de $f(x)$.

b. Vérifier que $g(x) = 5x - 10$.

c. Les droites (d) et (d') se coupent en M. Déterminer les coordonnées du point M.

a. • f est une fonction affine donc $f(x) = ax + b$.
On lit sur le graphique : $f(0) = -2$ et $f(1) = 4$.
Donc $a \times 0 + b = -2$ et $a \times 1 + b = 4$.
Les nombres a et b vérifient le système :

$$\begin{cases} b = -2 \\ a + b = 4 \end{cases}$$

D'où $a - 2 = 4$ et $a = 6$.
Le couple $(6 ; -2)$ est la solution du système.
Donc $f(x) = 6x - 2$.

b. La droite (d') passe par les points de coordonnées (2 ; 0) et (3 ; 5).
On calcule $g(2)$ et $g(3)$ avec $g(x) = 5x - 10$.

• $g(2) = 5 \times 2 - 10 = 0$.

• $g(3) = 5 \times 3 - 10 = 5$.

Donc les deux points appartiennent bien à la représentation graphique de g telle que : $g(x) = 5x - 10$.

c. Les coordonnées $(x ; y)$ du point M vérifient le système : $\begin{cases} y = 6x - 2 \\ y = 5x - 10 \end{cases}$.

On a donc l'égalité : $6x - 2 = 5x - 10$
$6x - 2 - 5x = -10$
$x - 2 = -10$
$x = -10 + 2$
$x = -8$

Alors $y = 6 \times (-8) - 2$ d'où $y = -50$.
Les coordonnées du point M sont $(-8 ; -50)$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

Chapitre 8

Notion de fonction

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● .....

Note ..... / .....

FICHE 49

Vocabulaire des fonctions et notations

À un nombre x, une fonction f associe un nombre et **un seul**, que l'on note $f(x)$ (lire « f de x »).
On dit que $f(x)$ est **l'image** de x par la fonction f.

$x \xrightarrow{\text{fonction } f} f(x)$

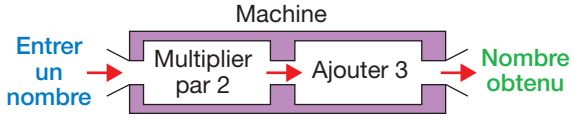
Image de x par f

$f(a) = b$

a est un **antécédent** de **b** **b** est l'**image** de **a**

★

1 On assimile cette machine à une fonction f.



a. Quel nombre obtient-on si on entre le nombre 5 ?

5 × 2 = 10 et 10 + 3 = 13 donc on obtient 13.

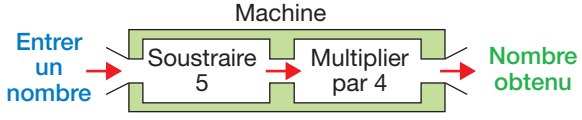
b. Compléter.

- $f(5) =$ 13
- L'image de 5 par la fonction f est 13.
- L'antécédent de 13 par la fonction f est 5.

c. Le nombre entré dans la machine étant x, exprimer le nombre obtenu $f(x)$ en fonction de x.

$f(x) =$ $2x + 3$

2 On assimile cette machine à une fonction g.



a. Quel nombre obtient-on si on entre le nombre 7 ?

7 − 5 = 2 et 2 × 4 = 8 donc on obtient 8.

b. Compléter.

- L'antécédent de 8 par la fonction g est 7.
- L'image de 7 par la fonction g est 8.
- $g($ 7 $) =$ 8.

c. Le nombre entré dans la machine étant x, exprimer le nombre $g(x)$ en fonction de x.

$g(x) = (x - 5) \times 4$ ou $g(x) = 4(x - 5)$

★★

3 h désigne une fonction. Compléter ce tableau.

En langage mathématique	En français
$h(8) = 6$	L'image de 8 est 6.
$h(5) = 9$	Un antécédent de 9 est 5.
$h($ 2 $) = 3$	3 est l'image de 2.
$h($ 7 $) = 10$	10 a pour antécédent 7.

4 Voici un tableau de valeurs d'une fonction f réalisé avec un tableur.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2	$f(x)$	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6

a. Compléter avec les mots *antécédents* ou *images*.

- Sur la ligne 1, on peut lire les antécédents.
- Sur la ligne 2, on peut lire les images.

b. Compléter.

- l'image de 2 est −2
- $f(-4) =$ 10
- un antécédent de 4 est −1
- $f(4) =$ −6

5

Vitesse (en km/h)	30	50	83	110
Distance d'arrêt (en m)	15	30	70	109

Ce tableau définit une fonction d qui, à la vitesse (en km/h) d'un véhicule, associe la distance d'arrêt (en m).

- Que signifie $d(110) = 109$ pour cette situation ?

Si le véhicule roule à 110 km/h,
la distance d'arrêt est de 109 m.

- Compléter la dernière colonne du tableau à l'aide de cette information.

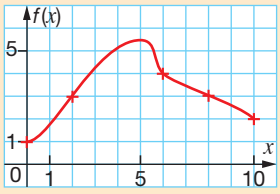
© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

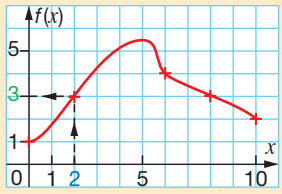
FICHE **50** # Avec un graphique

f est la fonction définie par le graphique ci-dessous.

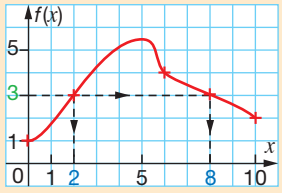
Images



Antécédents



L'image de 2 est 3.



Les antécédents de 3 sont 2 et 8.

★

1 On a représenté une fonction *f*.

a. Compléter à l'aide des tracés en rouge.

- l' ..... image ..... de 2 est 1.
- 2 est ..... un antécédent ..... de 1.
- *f*(2) = 1

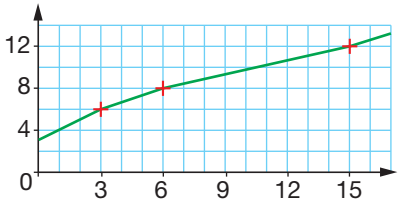
b. Compléter à l'aide des tracés en vert.

- l'antécédent de 2 est 4 .
- *f*(4) = 2
- l'image de 4 est 2 .

c. Citer un nombre qui n'a pas d'antécédent.

3 n'a pas d'antécédent.

2 Ce graphique donne l'évolution du poids (en kg) d'un jeune enfant en fonction de son âge (en mois).



On note P la fonction qui, au mois, associe le poids.

1. a. Quelle est pour la fonction P :

- la variable ? l'âge
- la grandeur mesurée ? le poids

b. Sur quel axe lit-on la variable ?

Sur l'axe des abscisses.

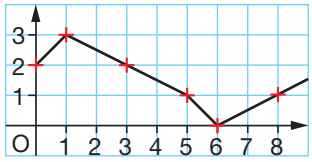
2. Compléter :

a. • P (3) = 6 • P (6) = 8 • P (12) ≈ 11

b. L'antécédent de 12 est 15 .

★★

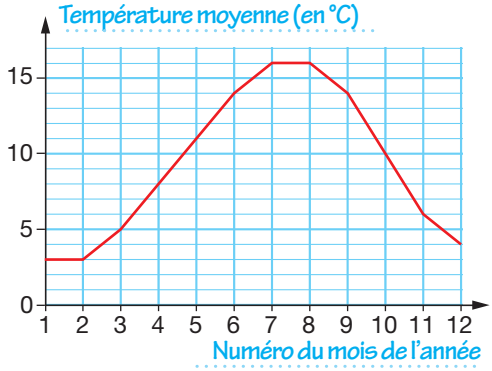
3 On a représenté une fonction *f*.



Lire sur le graphique :

- l'image de 3 : 2
- le (les) antécédent(s) de 3 : 1
- *f*(0) = 2
- le nombre qui a pour image 0 : 6
- le (les) antécédent(s) de 1 : 5 et 8

4 Ce graphique indique des températures moyennes (en °C) relevées dans une ville, selon le numéro du mois de l'année.



a. Compléter les légendes sur les axes.

b. Lire sur le graphique :

- l'image de 7 : 16
- le (les) antécédent(s) de 14 : 6 et 9

c. On note T la fonction qui au numéro du mois associe sa température. Que signifie T(2) = 3 ?

Le deuxième mois de l'année, c'est-à-dire en février,

la température moyenne est de 3 °C.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE 51

Avec une formule

h est la fonction telle que $h(x) = (x + 1)^2$.
Pour calculer l'image d'un nombre ☐, on effectue le calcul $(☐ + 1)^2$.
Cette fonction correspond au programme de calcul ci-contre.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1.
- Élever au carré.

★

1 *f* est la fonction définie par $f(x) = x^2 + 7$.

a. Compléter : « Pour calculer l'image de 5 par *f* on remplace *x* par .5. dans l'expression $x^2 + 7$. ».
Donc $f(5) = 5^2 + 7 = 25 + 7 = 32$.

b. Calculer l'image de 8 par *f*.

$f(8) = 8^2 + 7 = 64 + 7 = 71$

donc l'image de 8 est 71.

2 *g* est la fonction qui, à un nombre *x*, associe la somme de ce nombre et de 8.

a. Donner l'expression de $g(x)$: $g(x) = x + 8$

b. Calculer : ● l'image de 5 ● $g(-6)$.

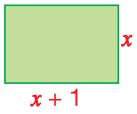
$g(5) = 5 + 8 = 13$ donc l'image de 5 est 13.

$g(-6) = -6 + 8 = 2$

c. Louise a écrit : $g(x) = 15$ donc $x + 8 = 15$
● Que veut-elle calculer ?
● Terminer le travail de Louise puis conclure.

Louise veut calculer l'antécédent de 15.
$x + 8 = 15$ donc $x = 15 - 8$ soit $x = 7$
L'antécédent de 15 est 7.

3 *x* désigne un nombre positif.
A(*x*) désigne l'aire de ce rectangle.



a. Donner l'expression de A(*x*).

b. Alexis affirme : « 0,5 est un antécédent de 0,75 par la fonction A ». A-t-il raison ?

a. $A(x) = x(x + 1)$
b. $A(0,5) = 0,5 \times (0,5 + 1) = 0,5 \times 1,5 = 0,75$.
Donc Alexis a raison.

★★

4 Voici un programme de calcul.

1. Quel nombre obtient-on si l'on choisit 7 comme nombre de départ ?

- Choisir un nombre.
- Soustraire 5.
- Multiplier par 4.
- Soustraire le triple du nombre de départ.

2. On note *h* la fonction qui, au nombre *x* choisi, associe le résultat obtenu avec ce programme de calcul.

a. Le nombre de départ étant *x*, donner l'expression réduite de $h(x)$.

b. Calculer l'image de –11 par *h*.

c. Calculer l'antécédent de 4 par *h*.

1. • $7 - 5 = 2$ • $2 \times 4 = 8$ • $8 - 3 \times 7 = -13$.
Si on choisit 7 on obtient – 13.
2. a. • x • $x - 5$ • $(x - 5) \times 4$ • $(x - 5) \times 4 - 3x$.
donc $h(x) = (x - 5) \times 4 - 3x = 4x - 20 - 3x$
$h(x) = x - 20$.
b. $h(-11) = -11 - 20 = -31$.
Donc l'image de –11 est –31.
c. On cherche à déterminer le nombre *x* tel que $h(x) = 4$ c'est-à-dire tel que :
$x - 20 = 4$ d'où $x = 4 + 20$ soit $x = 24$.
L'antécédent de 4 par *h* est 24.

5 Voici deux fonctions :
● $x \mapsto 10 - x$ ● $x \mapsto x^2 + 1$
On donne l'information : $f(-2) = 5$.
Parmi les deux fonctions, quelle est la fonction *f* ?
Expliquer.

On calcule l'image de –2 par chaque fonction.
• $10 - (-2) = 12$
• $(-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$
donc $f(x) = x^2 + 1$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

FICHE 52

OBJECTIF BREVET

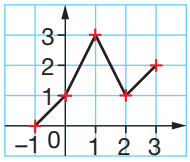
Sélection de sujets de Brevet

★★

Voici un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, entourer la (ou les) réponse(s) exacte(s).

Note ..... / 5

QCM

A	f est une fonction telle que $f(8) = 6$. Alors…	l'image de 8 est 6	l'image de 6 est 8	un antécédent de 6 est 8
B	Voici un tableau de valeurs d'une fonction g. x : 2 3 4 5 7 9 $g(x)$: 4 7 3 2 4 5 On y lit que …	l'image de 7 est 4	un antécédent de 4 est 2	un antécédent de 2 est aussi l'image de 9
C	Ce graphique définit une fonction h. On lit que… 	l'image de 3 par h est 1	$h(0) = h(2)$	l'antécédent de 0 est –1
D	m est la fonction définie par $m(x) = x^2 - 2x + 15$. On peut affirmer que…	$m(10) = 95$	un antécédent de 3 est 18	l'image de – 6 est – 9
E	n est la fonction qui, à un nombre, associe la somme de 3 et du double de ce nombre. Alors...	$n(x) = 2x + 3$	l'image de 7 est 17	l'antécédent de 25 est 11

1 Utiliser un programme de calcul

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 5.
- Prendre le carré de cette somme.

On appelle f la fonction qui, au nombre choisi, associe le résultat du programme de calcul.

a. Parmi ces fonctions, quelle est la fonction f ?

- $x \mapsto x^2 + 25$
- $x \mapsto (x + 5)^2$
- $x \mapsto x^2 + 5$
- $x \mapsto 2(x + 5)$

b. Calculer l'image de 2 par la fonction f.

c. Est-il vrai que –3 est un antécédent de 4 ?

D'après *DNB*

a. $f(x) = (x+5)^2$.

b. $f(2) = (2+5)^2$ donc $f(2) = 7^2 = 49$.
L'image de 2 est 49.

c. On calcule l'image de –3.
$f(-3) = (-3+5)^2$ donc $f(-3) = 2^2 = 4$
L'image de –3 est 4
donc –3 est bien un antécédent de 4.

2 Relier tableur et fonctions

La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Lilou à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et f définies par :

$g(x) = 5x^2 + x - 7$ et $f(x) = 2x - 7$.

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$f(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

a. Donner un nombre qui a pour image –1 par g.

b. Écrire les calculs montrant que : $g(-2) = 11$.

c. Quelle formule a saisi Lilou en cellule B3 ?

d. Citer une valeur de x pour laquelle $g(x) = f(x)$.

D'après *DNB*

a. 1 a pour image –1 par la fonction g.

b. $g(-2) = 5 \times (-2)^2 + (-2) - 7$
$g(-2) = 5 \times 4 - 2 - 7$
$g(-2) = 20 - 2 - 7$ d'où $g(-2) = 11$

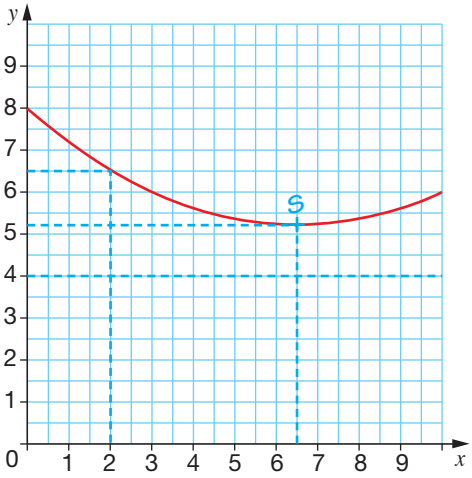
c. Lilou a saisi la formule =2*B1 – 7.

d. $g(x) = f(x)$ pour $x = 0$.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

3 ▶ Lire une représentation graphique

On utilise la courbe donnée ci-dessous qui représente une fonction *f*.



En réalisant les tracés utiles sur le graphique :

a. Donner une valeur approchée de $f(2)$.

b. Donner l'(ou les) antécédent(s) de 4 par la fonction *f*.

c. Placer, sur la courbe de la fonction *f*, un point S qui semble avoir la plus petite ordonnée.

d. Par lecture graphique, donner des valeurs approchées des coordonnées du point S.

D'après *DNB*

a. $f(2) \approx 6{,}5$
b. 4 n'a pas d'antécédent par la fonction *f*.
d. S(6,5 ; 5,25).

4 ▶ Justifier des affirmations

f est la fonction définie par $f(x) = x^2 - x$.
Dans chaque cas, dire si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant la réponse.

a. *f* est la fonction qui, au nombre x choisi, associe le résultat obtenu avec ce programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Soustraire 1.
- Multiplier par le nombre de départ.

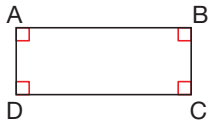
b. A (–6 ; 42) est un point de la courbe (*C*) qui représente la fonction *f*.

D'après *DNB*

a. • x • $x - 1$ • $(x - 1) \times x$
On obtient le nombre $x(x - 1)$ c'est-à-dire aussi $x^2 - x$. Donc l'affirmation est vraie.
b. $f(-6) = (-6)^2 - (-6) = 36 + 6 = 42$.
donc A (–6 ; 42) est un point de (*C*).
Donc l'affirmation est vraie.

5 ▶ Résoudre un problème

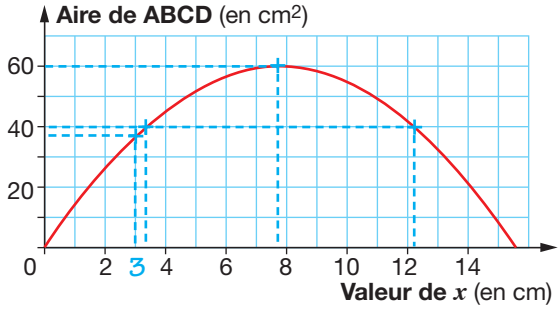
On considère ce rectangle ABCD dont le périmètre est égal à 31 cm.



1. a. Si un tel rectangle a pour longueur 10 cm, quelle est sa largeur ?

b. On appelle x la longueur AB (en cm).
Exprimer la longueur BC en fonction de x.
En déduire l'aire du rectangle ABCD en fonction de x.

2. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté l'aire du rectangle ABCD en fonction de la valeur de x.



À l'aide de ce graphique, répondre aux questions suivantes en donnant des valeurs approchées :

a. Quelle est l'aire du rectangle ABCD lorsque x vaut 3 ?

b. Pour quelles valeurs de x obtient-on une aire égale à 40 cm² ?

c. Quelle est l'aire maximale de ce rectangle ? Pour quelle valeur de x est-elle obtenue ?

3. Que peut-on dire du rectangle ABCD lorsque AB vaut 7,75 ?

D'après *DNB*

1. a. 31 cm : 2 = 15,5 cm
donc AB + BC = 15,5 cm.
D'où 10 + BC = 15,5 et BC = 15,5 – 10 = 5,5.
La largeur du rectangle est 5,5 cm.
b. AB + BC = 15,5 d'où x + BC = 15,5.
Alors BC = 15,5 – x.
L'aire du rectangle ABCD est $x(15{,}5 - x)$.
2. a. Lorsque x vaut 3, l'aire du rectangle ABCD est environ 38 cm².
b. On obtient une aire égale à 40 cm² pour $x \approx 3{,}3$ et pour $x \approx 12{,}2$.
c. L'aire maximale de ce rectangle est environ 60 cm². Elle est obtenue pour $x \approx 7{,}7$.
3. AB = 7, 75 d'où BC = 15,5 – 7,75 = 7,75.
Donc AB = BC. ABCD est un rectangle qui a deux côtés consécutifs de même longueur.
ABCD est donc un carré.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.

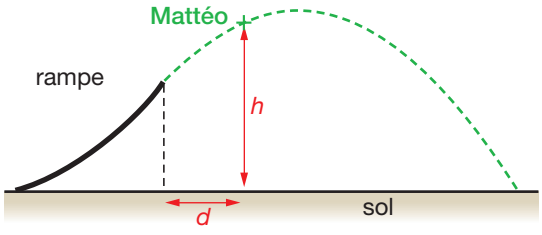
CALCUL MENTAL ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... ● ..... Note ..... / .....

FICHE
53 Perfectionnement

★★★

1 Après avoir franchi une rampe Mattéo a effectué un saut record en moto.
Lors de ce saut :

- la distance d (en m) parcourue horizontalement en fonction de la durée t (en s) du saut est telle que : $d(t) = 15{,}4t$.
- la hauteur h (en m) à laquelle Mattéo se trouve est alors telle que : $h(t) = 4{,}2 + 15{,}4t - 4{,}9t^2$.



1. a. Calculer $h(0)$ puis interpréter ce résultat.

b. Calculer l'image de 3 par d puis par h. Interpréter ces résultats pour le saut.

2. Mattéo était au sommet de sa trajectoire quand il avait parcouru environ 26,95 m horizontalement.
Traduire cette information pour la fonction d puis déterminer la hauteur maximale atteinte par Mattéo.

1. a. $h(0) = 4{,}2 + 15{,}4 \times 0 - 4{,}9 \times 0^2 = 4{,}2$.
Lorsqu'il a quitté la rampe, Mattéo était à 4,2 m de hauteur.

b. $d(3) = 15{,}4 \times 3 = 46{,}2$.
$h(3) = 4{,}2 + 15{,}4 \times 3 - 4{,}9 \times 3^2 = 6{,}3$.
Au bout de 3 secondes, Mattéo a parcouru horizontalement 46,2 m.
Il se trouve à 6,3 m de hauteur.

2. Cette information se traduit par $d(t) = 26{,}95$.
Soit $15{,}4t = 26{,}95$
$t = \dfrac{26{,}95}{15{,}4} = 1{,}75$.
Mattéo atteint la hauteur maximale au bout de 1,75 s.
$h(1{,}75) = 4{,}2 + 15{,}4 \times 1{,}75 - 4{,}9 \times 1{,}75^2$
d'où $h(1{,}75) \approx 16{,}14$.
La hauteur maximale atteinte par Mattéo est environ 16,14 m.

2 La promenade d'un cycliste était constituée d'une montée suivie d'une descente.
Lequel de ces graphiques peut rendre compte de cette promenade ? Expliquer.

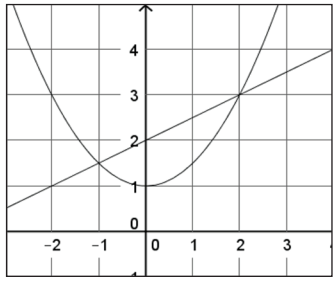
Graphique 1

Graphique 2

Graphique 3

Il s'agit du graphique 2. En effet : la distance parcourue augmente lentement sur la 1re partie du parcours (montée) puis elle augmente rapidement sur la 2e partie (descente).

3 a. Avec un logiciel de géométrie, représenter les fonctions f et g définies par $f(x) = 0{,}5x + 2$ et $g(x) = 0{,}5x^2 + 1$.
Pour cela, taper dans la zone de saisie :
0.5*x+2 puis Entrée pour f,
0.5*x*x+1 puis Entrée pour g.



b. Lire les coordonnées des points d'intersection A et B des deux représentations graphiques.
Vérifier par le calcul que les points A et B appartiennent à ces deux représentations.

b. On lit A(−1 ; 1,5) et B(2 ; 3).
- $f(-1) = 0{,}5 \times (-1) + 2 = -0{,}5 + 2 = 1{,}5$
$f(2) = 0{,}5 \times 2 + 2 = 1 + 2 = 3$
Donc A(−1 ; 1,5) et B(2 ; 3) sont deux points de la représentation graphique de f.
- $g(-1) = 0{,}5 \times (-1)^2 + 1 = 0{,}5 \times 1 + 1 = 1{,}5$
$g(2) = 0{,}5 \times 2^2 + 1 = 0{,}5 \times 4 + 1 = 3$
Donc A(−1 ; 1,5) et B(2 ; 3) appartiennent aussi à la représentation graphique de g.

© Nathan 2014 – Photocopie non autorisée.